

**KATARZYNA FILIPOWICZ**

Université Jagellonne, Cracovie, Pologne

Département d'Économie Mathématique

k.filipowicz@uj.edu.pl

**SIMULATION DES TRAJECTOIRES  
DE PRODUCTIVITÉ DU TRAVAIL  
DANS LES DIFFÉRENTES RÉGIONS DE LA POLOGNE ;  
UNE ANALYSE APPUYÉE SUR UN MODÈLE  
DE CROISSANCE GRAVITATIONNEL**

**Résumé :** Dans cet article<sup>1</sup> on présente l'essence du modèle de croissance économique gravitationnel de la croissance et la manière d'étalonner ses paramètres pour les voïvodies polonaises dans les années 2000-2014. En utilisant les paramètres calibrés du modèle on a utilisé des simulations numériques pour déterminer la trajectoire de la productivité du travail dans les voïvodies polonaises en période 2015-2050. Des analyses numériques ont été effectuées sur quatre scénarios différents concernant l'évolution des taux d'investissement dans les voïvodies polonaises et les taux de croissance du PIB des pays limitrophes de la Pologne. Quel que soit le scénario adopté en Pologne, il y aurait une divergence de la productivité du travail au niveau des voïvodies. Ce processus serait beaucoup plus efficace si la structure des taux d'investissement restait au niveau de la moyenne 2000-2014 pour les voïvodies individuelles par rapport à l'adoption des mêmes taux d'investissement pour toutes les voïvodies. De plus, des simulations numériques ont confirmé l'hypothèse selon laquelle une croissance économique plus rapide des pays limitrophes de la Pologne se traduirait par une croissance plus rapide de la productivité du travail dans toutes les voïvodies.

**Mots-clés :** modèle de de croissance économique gravitationnel, diversification régionale, productivité du travail.

**JEL Classification :** R11, E23, O47.

---

<sup>1</sup> Ce travail a été financé par le Centre national des sciences (NCN) dans le cadre du projet 2014/15 / B / HS4 / 04264, dirigé par Adam Krawiec, de l'Université Jagellonne à Cracovie,, Département d'Économie Mathématique.

## SIMULATION OF TRAJECTORIES OF LABOUR PRODUCTIVITY IN POLISH REGIONS; ANALYSIS BASED ON GRAVITY MODEL OF ECONOMIC GROWTH

**Abstract :** The paper presents the essence of the gravity model of economic growth and the way of calibrating its parameters for the voivodeships in the years 2000-2014. Using the calibrated parameters of the model, numerical simulations were performed. These simulations were used to set the trajectories of labor productivity in the voivodeships in the years 2015-2050. Four different scenarios were considered in the numerical analysis (concerning the structure of investment rates in voivodeships and GDP growth rates of countries bordering Poland). Regardless of the scenario adopted in this analysis, a divergence of labor productivity at the level of the voivodeships would take place. This process would be stronger if the structure of investment rates were to remain at the level of the average for years 2000-2014 in individual voivodships, than if the investment rates were the same for all voivodeships. In addition, numerical simulations confirmed the hypothesis that faster economic growth of countries bordering Poland leads to faster labor productivity growth in all voivodeships.

**Keywords :** gravity model of economic growth, regional diversification, labor productivity.

### Introduction<sup>2</sup>

Le modèle gravitationnel de la croissance économique s'inscrit dans une vaste recherche sur les causes de la diversification économique au niveau régional. On cherche dans ce modèle les causes de ces différences non seulement dans le potentiel interne d'une région donnée (mesuré à la lumière du capital par travailleur), mais aussi dans le potentiel et la situation géographique des régions avoisinantes avec lesquelles des interactions peuvent avoir lieu (Mroczek, Tokarski et Trojak 2014 ; Filipowicz et Tokarski, 2016)<sup>3</sup>.

Les simulations visant à effectuer le calcul numérique d'un modèle de croissance gravitationnel permettent de dessiner des trajectoires de productivité dans les différentes voïévodies<sup>4</sup> et sur la période de notre choix. Les simulations réalisées dans le cadre de cette étude concernent les années 2015-2050. L'objectif principal est de s'appuyer sur les simulations présentées pour déterminer les dangers qui se présenteraient si les tendances macroéconomiques observées dans les différentes voïévodies (concernant entre autres les niveaux d'investissements) devaient se maintenir. Au-delà, il convient de remarquer que certains facteurs cachés et fixes

---

<sup>2</sup> La première version de cet article a été présentée lors de la conférence « Croissance économique, marché du travail et innovation de l'économie », organisée par la Chaire de macroéconomie de l'Université de Łódź les 22 et 23 juin 2017.

<sup>3</sup> Voir aussi (Ponsard, 1992).

<sup>4</sup> Unités de la division administrative de la Pologne au niveau NUTS 2.

affectent aussi (dans certaines proportions) le rythme de croissance économique au niveau régional, pour ne citer que la situation géographique d'une voïévodie donnée. Les aspects négatifs liés à ces facteurs doivent être neutralisés par des mesures propres à stimuler la croissance afin que ces données ne creusent pas plus avant les écarts entre les différentes régions polonaises.

La première partie de cette étude présente la notion de modèle gravitationnel de croissance économique. Nous décrivons ensuite les disparités spatiales existant au niveau de la productivité, du capital par travailleur ainsi qu'au niveau des effets gravitationnels étranger et national entre 2002 et 2014. Le chapitre suivant présente le mode de calibration des paramètres du modèle ainsi que les présupposés adoptés concernant l'apparition et l'évolution des variables exogènes (c'est à dire des taux d'investissement et des taux de croissance des PIB des pays frontaliers de la Pologne). Les trajectoires de productivité possibles ont été déterminées sur la base de paramètres calibrés pour divers cas de figure en matière de variables exogènes. L'étude s'achève par un résumé et un ensemble de conclusions tirées à la lumière des analyses réalisées.

## 1. Le modèle gravitationnel de croissance économique

Le modèle gravitationnel de croissance économique se réfère de par sa construction au modèle de croissance de Solow de 1956, qu'il élargit au facteur gravitationnel<sup>5</sup>. L'hypothèse de travail sous-tendant au modèle est que diverses interactions surviennent entre un nombre fini de régions noté  $N(N > 0)$ . Lesdites interactions sont décrites à l'aide d'effets gravitationnels isolés ou cumulés. Un ensemble  $N$  de régions entre lesquelles existent des interactions, sera noté plus loin  $G$  (Solow, 1956).

Le processus de production dans une région  $j$  est décrit par une fonction de productivité, laquelle repose sur une fonction de production de type Cobb-Douglas [voir (Tokarski, 2009, 2011)]<sup>6</sup> :

$$\forall j \in G \quad y_j(t) = a_j \left( g_j(t) \right)^\beta \left( k_j(t) \right)^\alpha, \quad a_j > 0 \wedge \alpha, \beta \in (0,1) \wedge \beta < \frac{1-\alpha}{2}, \quad (1)$$

où  $y_j$  représente la productivité dans une région  $j$ ,  $k_j$  représente le capital physique par travailleur dans une région  $j$ ,  $a_j$  la partie cumulée de la productivité des fac-

<sup>5</sup> Ce modèle a été présenté entre autres dans les travaux de (Mroczek, Tokarski et Trojak, 2014) ainsi que (Filipowicz et Tokarski, 2016).

<sup>6</sup> On suppose de toutes les variables macroéconomiques suivantes qu'elles sont des fonctions du temps dérivables  $t$ . L'inscription  $\dot{x}(t) = \frac{dx}{dt}$  représente la première dérivée de la variable  $x$  après un temps  $t$ , c'est à dire une augmentée de la valeur de la variable  $x$  à un moment  $t$ .

teurs de production résultant d'effets individuels dans une région  $j$ ,  $g_j^\beta$  la partie de la productivité cumulée des facteurs de production résultant de l'influence des effets gravitationnels dans une région  $j$ ,  $g_j$  l'effet gravitationnel cumulé ayant des répercussions sur une région  $j$ . En outre,  $\alpha$  et  $\beta$  représentent la souplesse de la productivité, ramenée respectivement au travailleur et à l'effet gravitationnel cumulé. Les effets gravitationnels isolés, cumulant une région  $j$  et une région  $m$  sont décrits par l'équation suivante :

$$\forall j, m \in G \wedge m \neq j \quad g_{jm}(t) = \frac{k_j(t)k_m(t)}{d_{jm}^2}, \quad d_{jm} > 0, \quad (2)$$

où  $d_{jm}$  est la distance entre la capitale d'une région  $j$  et celle d'une région  $m$ . Les effets gravitationnels cumulés dans une région  $j$  constituent une moyenne géométrique avec des effets gravitationnels isolés :

$$\forall j \in G \quad g_j(t) = \sqrt[N-1]{\prod_{m \in G \wedge m \neq j} g_{jm}(t)}. \quad (3)$$

Les équations de croissance du capital par travailleur (comme dans le modèle de Solow) dans chacune des régions sont données par les modèles suivants :

$$\forall j \in G \quad \dot{k}_j(t) = s_j y_j(t) - \mu_j k_j(t), \quad s_j \in (0,1) \wedge \mu_j > 0, \quad (4)$$

où :  $s_j$  est le taux d'investissement dans une région  $j$  et  $\mu_j$  le taux de perte de capital par travailleur dans une région  $j$  (comprise comme la somme du taux de dépréciation du capital et du taux de croissance du nombre de travailleurs).

Les présupposés exposés ici peuvent se résumer par l'ensemble d'équations différentielles ci-dessous (voir Mroczek, Tokarski et Trojak, 2014) :

$$\forall j \in G \quad \dot{k}_j(t) = \frac{s_j a_j}{d_j^{2\beta}} \prod_{m \in G \wedge m \neq j} (k_m(t))^\beta (k_j(t))^{\alpha+\beta} - \mu_j k_j(t) \quad (5)$$

où  $d_j = \sqrt[N-1]{\prod_{m \in G \wedge m \neq j} d_{jm}}$ , ce qui signifie que l'on a une moyenne géométrique de la distance de la capitale d'une région  $j$  par rapport aux capitales des autres régions.

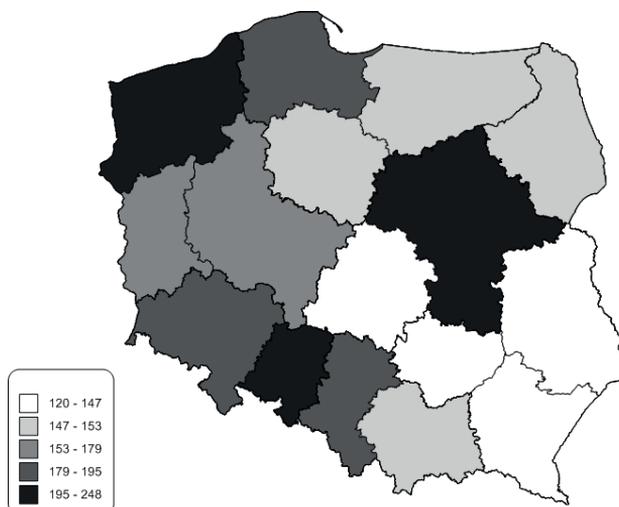
L'ensemble d'équations (5) possède un point stationnaire non trivial, asymptotique, qui sur le plan économique est traité comme étant un point d'équilibre à long terme (Mroczek et al., 2014 ; Filipowicz et Tokarski, 2016). Dans des conditions d'équilibre à long terme du modèle analysé, le capital par travailleur et la productivité d'une région donnée dépendent du taux d'investissement, du taux de perte de capital par travailleur, de la partie extra-gravitationnelle de la partie cumulée de la

productivité des facteurs de production dans cette région, de la distance moyenne entre cette région et les autres ainsi que du taux d'investissement, des taux de perte de capital par travailleur et des parties extra-gravitationnelles de la productivité cumulée des facteurs de production dans les autres régions (Mroczek et al., 2014 ; Filipowicz et Tokarski, 2016).

## 2. Disparités géographiques entre les variables macroéconomiques étudiées<sup>7</sup>

Afin de calibrer les paramètres du modèle gravitationnel de croissance économique, nous avons utilisé les données historiques concernant la production (PIB) et le capital (valeurs brutes des capitaux fixes) par travailleur ainsi que les effets gravitationnels nationaux (c'est à dire endogènes, *intra-polonais*) et internationaux (soit exogènes, *extra-polonais*). Nous décrivons ci-dessous l'évolution des différentes variables macroéconomiques dans les voïévodies de 2002 à 2014.

En Pologne, entre 2002 et 2014, la valeur brute moyenne des capitaux fixes par travailleur est de 173 400 PLN<sup>8</sup>. Cette moyenne était significativement relevée par la



**Carte 1 : Disparités géographiques entre les voïévodies polonaises en matière de capital par travailleur, 2002-2014 (en milliers de PLN, prix fixes 2014)**

Source : Basés sur (Główny Urząd Statystyczny, 2017)

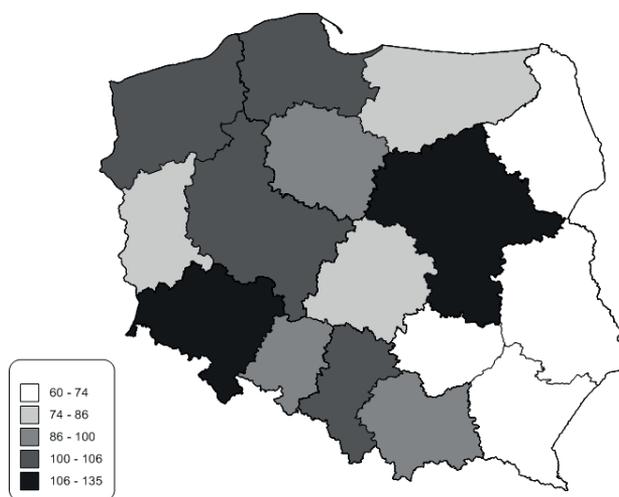
<sup>7</sup> Voir aussi (Malaga et Kliber, 2007)

<sup>8</sup> Cette variable et les variables suivantes sont exprimées en unités monétaires et ont été converties en prix fixes de 2014 à l'aide du déflateur harmonisé IPC.

voïévodie de Mazovie, où la valeur brute moyenne des capitaux fixes par travailleur est de 247 200 PLN. La deuxième région de Pologne pour ce qui est de la variable analysée est alors la Poméranie Occidentale, avec une valeur de 200 900 PLN. On note un capital physique par travailleur supérieur à 190 000 PLN dans la voïévodie d'Opole (195 600 PLN) et la Basse-Silésie (193 200 PLN). Les plus faibles valeurs pour ce qui est de la variable macroéconomique analysée sont celles de la voïévodie des Basses-Carpates (139 600 PLN), de Łódź (130 600 PLN), de Sainte-Croix (128 400 PLN) et de Lublin (120 900 PLN, chiffre deux fois inférieur à celui de la Mazovie). Dans les autres régions, la valeur brute des capitaux fixes par travailleur oscille entre 147 000 et 185 500 PLN (voir carte 1).

La conclusion générale que l'on pourrait tirer est que les voïévodies situées à l'ouest de la Vistule se distinguent par des valeurs supérieures (pour ce qui est du cas assez particulier de la Mazovie, région chevauchant les deux côtés, le capital est concentré autour de Varsovie et de Płock, villes situées sur la Vistule).

Le capital par travailleur est largement déterminé par la productivité, ce qui peut s'expliquer à partir de la notion néoclassique de fonction de production. On remarque ainsi que les disparités en matière de productivité observées entre 2002 et 2014 auront été très proches de celles concernant le capital par travailleur. Le taux moyen de productivité en Pologne était de 95 400 PLN. La valeur la plus élevée pour la variable macroéconomique observée aura été notée dans la voïévodie de Mazovie (134 400 PLN). On note également des résultats au-dessus de la moyenne nationale en Basse-Silésie (111 200 PLN), en Silésie (105 600 PLN), en Poméranie



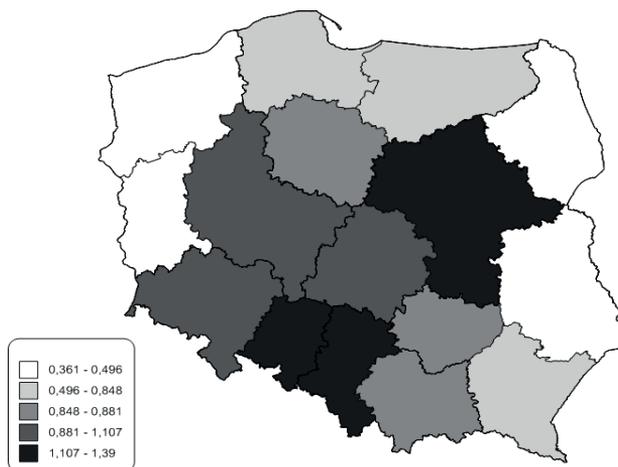
**Carte 2 : Disparités géographiques en matière de productivité, régions polonaises de 2002 à 2014 (en milliers de PLN, prix fixes 2014)**

Source : Basés sur (Główny Urząd Statystyczny, 2017)

(105 100 PLN), en Grande-Pologne (103 300 PLN) et en Poméranie Occidentale (100 100 PLN). Les valeurs les plus basses (inférieures à 80 000 PLN) sont celles que l'on remarque en Varmie-Mazurie (77 200 PLN), dans la voïévodie de Łódź (74 000 PLN), en Podlachie (72 300 PLN), Basses-Carpates (70 400 PLN), Sainte-Croix (66 900 PLN) et dans la voïévodie de Lublin (60 000 PLN). Dans les autres régions, le niveau de PIB par travailleur se maintient dans une fourchette comprise entre 81 300 PLN (voïévodie de Lubusz) et 89 200 PLN (voïévodie d'Opole) (voir carte 2, p. 101).

Les effets gravitationnels à l'échelle nationale résultent d'interactions existant uniquement entre des régions polonaises. Le protocole de calcul de ces effets est conforme aux équations (2) et (3) du modèle théorique présenté dans la première partie de cette étude<sup>9</sup>. Les disparités géographiques des effets gravitationnels internes sont illustrés par la carte 3<sup>10</sup>.

Entre 2002 et 2014, le centre de gravité du potentiel gravitationnel est représenté par les voïévodies de Mazovie (1 390 000 PLN<sup>2</sup>/mingeo<sup>2</sup>), d'Opole (1 131 000



**Carte 3 : Disparités géographiques des effets gravitationnels internes, 2002-2014 (en millions de PLN<sup>2</sup>/mingeo<sup>2</sup>)**

Source : Basés sur (Główny Urząd Statystyczny, 2017)

<sup>9</sup> La même procédure de calcul des effets gravitationnels en Pologne a été appliquée entre autres dans les travaux de (Mroczek et Tokarski, 2014 ; Mroczek et al., 2015 ; Filipowicz et Tokarski, 2015). La méthode des potentiels de (Pooler, 1987) est une autre méthode possible. Celle-ci a été utilisée pour analyser les disparités en matière de développement entre les régions polonaises dans l'étude de (Czyż, 2002).

<sup>10</sup> Dans le cadre du calcul des effets gravitationnels, nous avons compté les distances  $d_{ij}$  à l'aide des coordonnées géographiques des capitales de voïévodies et du théorème de Pythagore. C'est aussi pourquoi ces distances sont exprimées en minutes géographiques (mingeo).

PLN<sup>2</sup>/mingeo<sup>2</sup>), de Silésie (1 108 000 PLN<sup>2</sup>/mingeo<sup>2</sup>) et de Łódź (1 003 000 PLN<sup>2</sup>/mingeo<sup>2</sup>). Le plus faible potentiel gravitationnel au niveau national aura été celui des Basses-Carpates (496 000/mingeo<sup>2</sup>), des voïévodies de Lubusz (470 000 PLN<sup>2</sup>/mingeo<sup>2</sup>), de Lublin (435 000 PLN<sup>2</sup>/mingeo<sup>2</sup>), de Poméranie Occidentale (376 000 PLN<sup>2</sup>/mingeo<sup>2</sup>) et de Podlachie (361 000 PLN<sup>2</sup>/mingeo<sup>2</sup>). Leur faible potentiel gravitationnel découlait principalement de leurs situations géographique et d'un faible degré de développement économique pour ce qui est des voïévodies de Lublin, des Basses-Carpates et de Podlachie (voir carte 3).

Les régions polonaises interagissent non seulement entre elles, impliquées qu'elles sont aussi dans des rapports économiques avec des régions situées à l'étranger. Afin de calculer les effets gravitationnels transfrontaliers, nous nous sommes appuyés sur une hypothèse de travail voulant que les régions les plus importantes pour l'économie polonaise au niveau régional seraient les régions frontalières. Les pays ayant été pris en compte dans le calcul des effets gravitationnels internationaux sont donc l'Allemagne, la Tchéquie, la Slovaquie, l'Ukraine, la Biélorussie, la Lituanie et la Russie (enclave de Kaliningrad)<sup>11</sup>. Le protocole de calcul des effets gravitationnels internationaux est analogue à celui du calcul des effets intra-nationaux. Nous avons présupposé que les effets gravitationnels isolés entre régions de Pologne et régions jouxtant la Pologne serait décrits par l'équation :

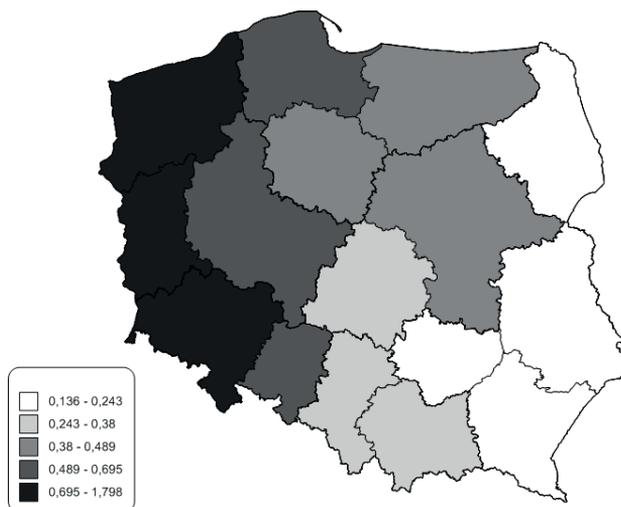
$$g_{ijt}^z = \frac{k_{it}k_{jt}}{d_{ij}^2}, \quad (6)$$

où  $k_{it}$  signifie le capital par travailleur dans une voïévodie  $i$ , et  $k_{jt}$  signifie le capital par travailleur dans une région  $j$  située dans un pays voisin de la Pologne<sup>12</sup>. Tant  $k_{it}$ , que  $k_{jt}$  ont été exprimés en milliers de PLN (en prix fixes 2014), tandis que  $d_{ij}$  est la distance séparant une capitale de voïévodie et la capitale  $j$  d'un pays voisin dans le mingeo. Les effets gravitationnels internationaux cumulés pour une voïévodie  $i$  ont été déterminés en calculant une moyenne géométrique prenant en compte les effets gravitationnels isolés conformément à la formule suivante :

$$g_{it}^z = (g_{iC}^z)^{0,12} (g_{iN}^z)^{0,58} (g_{iL}^z)^{0,024} (g_{iS}^z)^{0,054} (g_{iU}^z)^{0,039} (g_{iOK}^z)^{0,17} (g_{iB}^z)^{0,016}. \quad (7)$$

<sup>11</sup> Nous avons choisi l'enclave de Kaliningrad plutôt que la Fédération de Russie pour deux raisons. La première est que les liens économiques des diverses voïévodies et powiats polonais se tissent précisément avec cette enclave. La seconde est que Kaliningrad est bien plus proche des centres de développement régional que Moscou.

<sup>12</sup> Etant donné l'absence de données concernant la valeur brute des capitaux fixes dans les bases de données internationales (de la Banque Mondiale et de l'UNEP), nous avons évalué cette variable macroéconomique à partir des données concernant les investissements dans ces pays depuis 1990.



**Carte 4 : Disparités géographiques concernant les effets gravitationnels internationaux, 2002-2014 (en millions de PLN<sup>2</sup>/mingeo<sup>2</sup>)**

Source : Basés sur (Główny Urząd Statystyczny, 2017)

Dans la formule (9), les balances des différents voisins de la Pologne ont été choisies à partir de données concernant les échanges commerciaux (exportations et importations de biens et services) avec les pays choisis, en moyenne et sur la période 2010-2016. Les effets extérieurs ainsi calculés sont illustrés par la carte 4.

La situation géographique de certaines régions a donné pour résultat de très hauts effets gravitationnels internationaux. C'est le cas des voïévodies de Poméranie Occidentale (1 798 000 PLN<sup>2</sup>/mingeo<sup>2</sup>), de Lubusz (1 175 000 PLN<sup>2</sup>/mingeo<sup>2</sup>) et de Basse-Silésie (695 000 PLN<sup>2</sup>/mingeo<sup>2</sup>). D'autres régions présentent des chiffres élevés pour ce qui est de la variable analysée, à savoir la Grande-Pologne (689 000 PLN<sup>2</sup>/mingeo<sup>2</sup>) la voïévodie d'Opole (533 000 PLN<sup>2</sup>/mingeo<sup>2</sup>). Les quatre régions orientales sont celles qui présentent les valeurs les plus faibles en matière de potentiel gravitationnel, nous avons ainsi les voïévodies de Sainte-Croix (201 000 PLN<sup>2</sup>/mingeo<sup>2</sup>), de Podlachie (174 000 PLN<sup>2</sup>/mingeo<sup>2</sup>), des Basses-Carpates (155 000 PLN<sup>2</sup>/mingeo<sup>2</sup>) et de Lublin (136 000 PLN<sup>2</sup>/mingeo<sup>2</sup>).

### 3. Calibration des paramètres de fonction de production

Dans le modèle gravitationnel de croissance économique, seuls les effets gravitationnels nationaux ont été introduits dans la fonction de production standard. Dans les simulations numériques, l'influence des effets gravitationnels internationaux

a elle aussi été prise en compte. C'est pourquoi la fonction de productivité suivante a été acceptée :

$$y_{jt} = A(g_{jt}^z)^\gamma (g_{jt}^k)^\beta (k_{jt})^\alpha, \quad (8)$$

où  $A > 0$  signifie une productivité cumulée des facteurs de production n'étant liée ni au capital par travailleur ( $k_{jt}$ ), ni aux effets gravitationnels cumulés nationaux ( $g_{jt}^k$ ) ou internationaux ( $g_{jt}^z$ ).

Afin de calibrer les paramètres de fonction (8) nous avons évalué les coefficients de l'équation suivante :

$$\ln y_{jt} = \ln A + \gamma \ln g_{jt}^z + \beta \ln g_{jt}^k + \alpha \ln k_{jt}, \quad (9)$$

où  $y_{jt}$  signifie la productivité dans une voïévodie  $j$  ( $j = 1, 2, \dots, 16$ ) sur une année  $t$  ( $t = 2000, 2001, \dots, 2014$ );  $k_{jt}$  est le capital par travailleur dans une voïévodie  $j$  sur une années  $t$ ;  $g_{jt}^k$  représente les effets gravitationnels nationaux cumulés dans une voïévodie  $j$  sur une année  $t$ ;  $g_{jt}^z$  représente les effets gravitationnels dans une voïévodie  $j$  sur une année  $t$ . Les paramètres  $\alpha, \beta, \gamma$  sont respectivement la souplesse de la productivité par rapport au capital par travailleur, aux effets gravitationnels nationaux et aux effets gravitationnels internationaux.

Nous n'avons pas introduit de variables binaires dans l'équation (9) pour les voïévodies (soit ce que l'on appelle des effets individuels). En effet, en estimant les paramètres des équations :  $\ln g_{jt}^k = B + FE$  et  $\ln g_{jt}^z = B + FE$  (où  $B$  est une donnée fixe, et  $FE$  représente les effets isolés), il s'est avéré que les variables binaires pour les différentes voïévodies expliquaient à 78,3% la différenciation des logarithmes népériens des effets gravitationnels nationaux cumulés et même à 96,6% la différenciation des logarithmes népériens des effets gravitationnels internationaux cumulés. On remarque donc une forte colinéarité entre les effets gravitationnels analysés et les effets individuels. La raison en est que les effets gravitationnels sont bien plus hétérogènes sur un espace géographique que dans le temps<sup>13</sup>.

Les paramètres d'équation (9) évalués à l'aide de la méthode des moindres carrés et de la méthode généralisée des moments sont présentés dans le tableau 1<sup>14</sup>.

Les estimations présentées par le tableau 1 montrent que toutes les flexibilités évaluées étaient statistiquement significatives à un niveau de significativité d'au moins 1%. Les valeurs évaluées des paramètres d'équation (9) dans les deux

<sup>13</sup> Bien que les voïévodies ne soient pas homogènes, l'hétérogénéité de la productivité totale des facteurs dans l'espace géographique semble s'expliquer en grande partie par les effets totales de la gravité.

<sup>14</sup> Les modèles économétriques (MKN et UMM) ont été utilisés dans l'estimation parce que l'utilisation de modèles de panneaux dynamiques entraînerait la perte du dénominateur de l'effet gravitationnel.

**Tableau 1 : Paramètres évalués de l'équation (9)**

Valeur explicative	MNK	UMM
ln A	0,4712* (2,147)	0,3847* (1,645)
ln $g_{jt}^z$	0,04368** (3,948)	0,04010** (3,480)
ln $g_{jt}^k$	0,1240** (7,960)	0,1257** (7,780)
ln $k_{jt}$	0,7988** (19,398)	0,8158** (18,583)
Corrigé. $R^2$	0,8675	0,8611
Nombre d'observations	240 2000-2014	224 2000-2014

Les statistiques citées entre parenthèses sous les évaluations sont des statistiques t-student\*\* ; nous avons marqué les variables statistiquement significatives, avec un niveau de significativité compris entre 1%, \* et 10%. Pour ce qui est des évaluations réalisées à l'aide la méthode généralisée des moments, les variables instrumentales sont la variable dépendante et les variables indépendantes. Toutes sont retardées d'un an

Source : Calculs propres basés sur [www.stat.gov.pl](http://www.stat.gov.pl)

méthodes appliquées sont proches. Nous avons donc admis la forme suivante de fonction de productivité pour les simulations numériques :

$$y_{jt} = 1,602(g_{jt}^z)^{0,0436}(g_{jt}^k)^{0,124}(k_{jt})^{0,799}. \quad (10)$$

Les paramètres de fonction (10) peuvent être interprétés économiquement ainsi : la productivité d'une région donnée réagit le plus nettement aux évolutions du capital par travailleur (c'est-à-dire au potentiel interne d'une région) et beaucoup moins nettement aux évolutions des effets gravitationnels nationaux et internationaux. On remarque de plus que l'influence des effets gravitationnels nationaux est trois fois plus importante que celle des effets gravitationnels internationaux.

#### 4. Présupposés concernant les variables exogènes

Dans le modèle, deux variantes d'évolutions des variables exogènes ont été admises dans le cadre des analyses de simulation (à savoir les taux d'investissement et de croissance du PIB des pays voisins de la Pologne<sup>15</sup>).

Dans la première variante, on admet que les taux d'investissement dans toutes les voïévodies seront les mêmes, c'est-à-dire égales au taux d'investissement moyen en

<sup>15</sup> Nous partons du présupposé volontairement simplificateur que le capital par travailleur parmi les voisins de la Pologne va augmenter au même rythme que leurs PIB.

Pologne dans les années 2000-2014 (14,9%). Dans la deuxième variante, on considère que les taux d'investissement seront différents pour les diverses voïévodies et évolueront au niveau moyen pour une région donnée dans les années 2000-2014. Le taux d'investissement moyen le plus élevé pour les années 2000-2014 a été noté dans la voïévodie de Mazovie (16,3%). On remarque aussi des taux supérieurs à 15% dans les voïévodies de Lubusz et de Łódź, en Basse-Silésie et dans les Basses-Carpates. Dans les voïévodies de Petite-Pologne, Poméranie Occidentale, Varmie-Mazurie, Podlachie et Grande-Pologne, le taux d'investissement est d'environ 14,5%-14,7%. Les taux les plus faibles pour ce qui est de la variable macro-économique observée ont été notés dans les voïévodies de Silésie, Sainte-Croix, Couïavie-Poméranie et celles de Lublin et Opole (13,1% dans le cas de cette dernière) (Główny Urząd Statystyczny, 2017).

Deux options ont aussi été retenues pour ce qui est des évolutions du PIB prévues pour les pays frontaliers de la Pologne. La première option consiste à supposer que les taux de croissance des PIB dans ces pays se maintiendront au niveau de la moyenne des années 2000-2014. La seconde prévoit quant à elle que les taux de croissance du PIB seront au niveau de la moyenne des années 2009-2014 (période de crise financière). De 2000 à 2015, les taux de croissance annuelle les plus élevés ont été observés en Biélorussie (5,6%) et en Lituanie (5,43%). Les plus faibles ont été remarqués en Ukraine (2,49%), République Tchèque (2,47%) et en Allemagne (1,11%). Les taux de croissance lors de la crise (2009-2014) de deux pays voisins sont négatifs (Ukraine<sup>16</sup> et enclave de Kaliningrad). Pour ce qui est des autres pays, on remarque un fort ralentissement de la croissance du PIB (aucune économie ne note un PIB supérieur à 2%) (UNECE, 2017).

## 5. Analyse de scénarios, résultats de simulations numériques<sup>17</sup>

Diverses variantes concernant l'évolution des variables exogènes (dans le modèle de croissance gravitationnel) ont permis de construire quatre scénarios alternatifs décrivant ces variables. Le tableau 2 compare ces scénarios.

<sup>16</sup> Les taux de PIB négatifs notés en Ukraine résultaient autant de la crise financière que du conflit du gaz avec la Russie (2008-2009) et avant tout de la guerre russo-ukrainienne ayant suivi la seconde révolution du Maïdan de 2014/2014 (voir par ex. Chugaievska et Tokarski, 2017).

<sup>17</sup> Les premiers résultats des simulations menées dans deux variantes concernant l'évolution des taux d'investissement seront aussi présentées lors de la Conférence Scientifique Nationale « Mesurer statistiquement la qualité de vie dans les systèmes régionaux et nationaux. Dilemmes et défis, organisée par le Główny Urząd Statystyczny (équivalent polonais de l'INSEE [note du traducteur]) et l'Institut Statistique de Kielce, qui se tiendra les 2 et 3 octobre 2017 et sera publiée dans le périodique *Studia i Materiały « Miscellanea Oeconomicae »*.

Tableau 2 : Scénarios concernant l'évolution de différentes variables exogènes

Spécification	Taux d'investissement		Taux de croissance du PIB, pays voisins	
	identiques	différents	2000-2014	2009-2014
Scénario I	X		X	
Scénario II	X			X
Scénario III		X	X	
Scénario IV		X		X

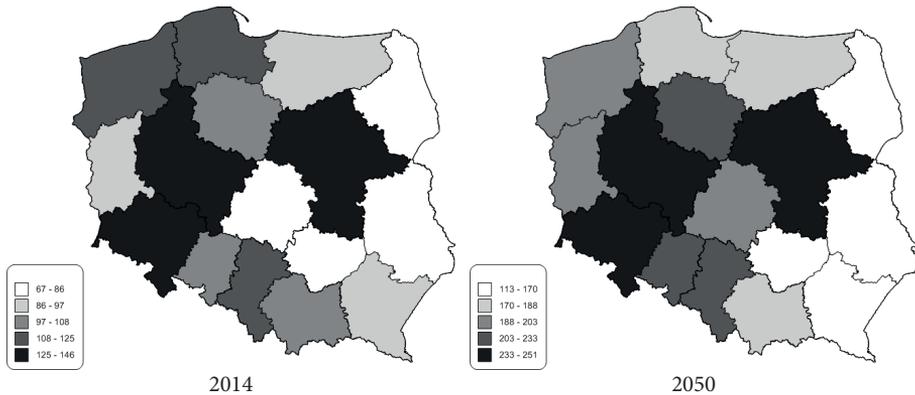
Les simulations de trajectoires de productivité dans les différentes voïévodies d'ici 2050 (modèle gravitationnel de croissance) consistent à calculer numériquement le système d'équations différentielles ci-dessous :

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \forall j = 1, 2, \dots, 16 \quad y_{jt} = 1,602(g_{jt}^z)^{0,0436} (g_{jt}^k)^{0,124} (k_{jt})^{0,799} \\
 \forall j = 1, 2, \dots, 16 \quad g_{jt}^k = \frac{k_{jt}^{15} \prod_{m=1 \wedge m \neq j}^{16} k_{mt}}{d_j^2} \\
 \forall j = 1, 2, \dots, 16 \quad g_{jt}^z = (g_{jC}^z)^{0,12} (g_{jN}^z)^{0,58} (g_{jL}^z)^{0,024} (g_{jS}^z)^{0,054} (g_{jU}^z)^{0,039} (g_{jOK}^z)^{0,17} (g_{jB}^z)^{0,016} \\
 \forall j = 1, 2, \dots, 16 \quad \Delta k_{jt} = s_j y_{jt-1} - 0,07 k_{jt-1}.
 \end{array} \right. \quad (11)$$

Le système d'équations ci-dessus a été résolu à l'aide d'un tableur Excel. Dans ce système d'équations (11), les variables exogènes pour les différents scénarios ont été choisis conformément aux variantes présentées dans le tableau 3. Nous sommes de plus partis du principe que le taux de perte de capital par travailleur dans toutes les voïévodies sera de 7%.

Le scénario I suppose pour les années à venir des taux d'investissements de 14,9% dans toutes les voïévodies. De plus, le PIB des pays voisins de la Pologne évoluera au tempo moyen des années 2000-2014. La carte 5 présente les disparités en matière de productivité en 2014 et les pronostics concernant ces mêmes disparités pour 2050.

Dans le cadre du scénario I, la productivité prévue croîtrait le plus vite dans la voïévodie de Łódź (celle-ci serait en 2050 supérieure de 140% à celle de 2014). Cela vient du fait que pour des taux d'investissement égaux dans toutes les voïévodies, les effets gravitationnels joueraient un rôle plus important. Or, la voïévodie de Łódź (eu égard à sa position géographique centrale et à la proximité de la Mazovie, région de Pologne la plus développée) se caractérise par un haut degré d'effets gravitationnels (voir carte 3). La productivité augmenterait d'ailleurs de plus de 100% dans les voïévodies d'Opole, de Sainte-Croix, de Couïavie-Poméranie et de



**Carte 5 : Productivité des différentes voïévodies pour 2014 et prédictions pour 2050 selon le scénario I (en milliers de PLN)**

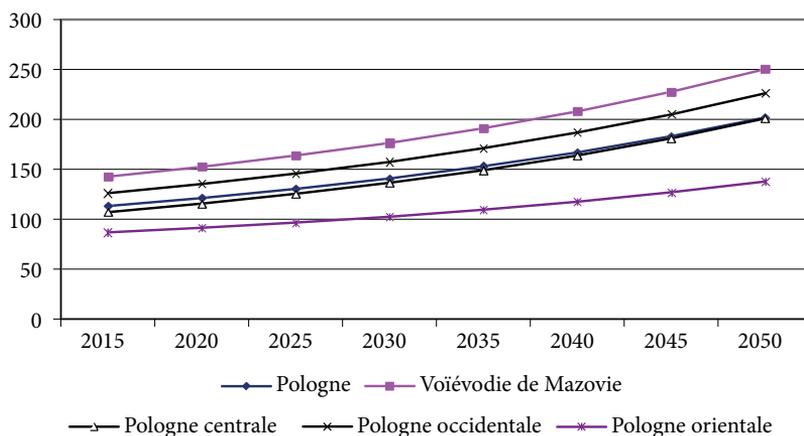
Lubusz. La productivité de la Podlachie en 2050 ne serait en revanche que de 43% supérieure à celle de 2014.

En 2050, à l'instar de ce que l'on a en 2014, trois voïévodies occuperaient le podium, à savoir la Mazovie, la Basse-Silésie et la Grande-Pologne. D'autres régions réaliseraient des progrès importants, à savoir celle d'Opole (qui passerait de la huitième position en 2014 à la quatrième en 2050), la Couïavie-Poméranie (qui passerait de la neuvième à la sixième) et celle de Łódź (qui passerait de la quatorzième à la huitième). D'autres voïévodies suivraient le chemin inverse. Les régions accusant les plus grandes pertes de ce point de vue seraient la Poméranie Occidentale (chutant de la cinquième à la neuvième place) la Poméranie (qui troquerait la sixième pour la onzième place) et la Petite-Pologne (qui passerait de la septième à la dixième place).

Bien que l'on suppose des taux d'investissement identiques dans le scénario appliqué ici, un phénomène de  $\sigma$ -divergence de la productivité, quoique ténue, serait à l'œuvre. Le coefficient de variabilité à partir de l'écart type augmenterait de 21,6% en 2014 à 22,7% en 2050.

La figure 1 compare les trajectoires de croissance de la productivité des groupes de voïévodies du scénario I. Ces groupes sont la Mazovie, les voïévodies de Pologne orientale (voïévodie de Lublin, Basses-Carpates, Podlachie, Sainte-Croix et Varmie-Mazurie), de Pologne centrale (Couïavie-Poméranie, voïévodie de Łódź, Petite-Pologne, Poméranie et Silésie) et de Pologne occidentale (Basse-Silésie, voïévodie de Lubusz, d'Opole, Grande-Pologne et Poméranie Occidentale).

Les trajectoires illustrées sur ce graphique montrent que les voïévodies de Pologne centrale seraient celles qui se développeraient le plus vite (en 2050, la productivité dans ce groupe serait presque de deux fois supérieure à celle de 2014). La Pologne occidentale croîtrait elle aussi plus rapidement que la moyenne nationale



**Figure 1 : Résultats simulations de productivité dans les trois groupes de voïévodies, scénario I (en milliers de PLN)**

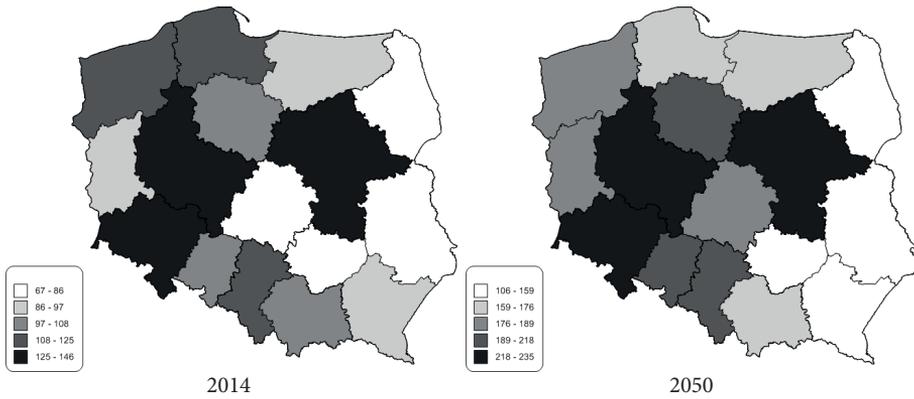
et atteindrait une productivité d'environ 1,9 fois supérieure à celle de 2014. Dans le groupe des voïévodies de Pologne orientale, la productivité augmenterait d'environ 76% et de 72% en Mazovie. La différence en matière de développement entre la Pologne orientale et la Mazovie serait donc en 2050 de 35 ans.

Le scénario II suppose que les taux d'investissement dans les différentes voïévodies sont stables dans le temps et égales. On suppose de plus que les pays frontaliers de la Pologne se développeront à un tempo similaire à celui des années 2009-2014. La seule différence entre ce scénario et le scénario I est le présupposé concernant le tempo de croissance du PIB des pays voisins de la Pologne. Etant donné que celui-ci a été en moyenne plus faible de 2000 à 2008, le fait d'introduire cette variable dans les simulations a provoqué un ralentissement de la croissance de la productivité dans toutes les voïévodies. Ce changement n'a pas suscité de modifications majeures dans le classement des voïévodies en 2050 par rapport au scénario I (voir cartes 5 et 6).

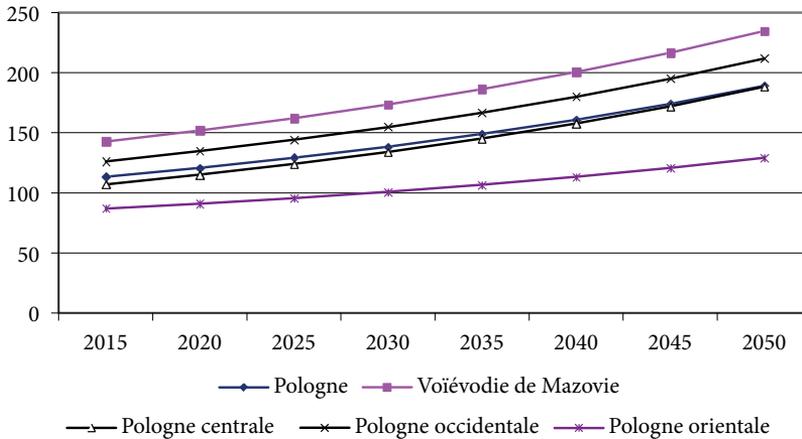
Tout comme dans le scénario I, la voïévodie croissant le plus rapidement serait celle de Łódź (avec une croissance de la productivité d'environ 100%). La productivité progresserait de plus de 90% dans les voïévodies d'Opole et de Sainte-Croix. La croissance la plus lente serait celle de la Podlachie (progression d'environ 29%).

Le ralentissement de la croissance du PIB à l'étranger entraînerait aussi une baisse des taux de croissance de la productivité dans tous les groupes de voïévodies. La disposition des trajectoires de productivité sur le figure 2 reste quasiment identique à celle du figure 1.

Dans le cadre des deux autres scénarios, nous avons modifié le présupposé concernant la variable exogène clé à savoir le taux d'investissement. L'idée de base est que les taux d'investissement dans les voïévodies sera proche de la moyenne des différents groupes de voïévodies des années 2000-2014. Dans le scénario III,



**Carte 6 : Productivité dans les différentes voïévodies en 2014 et productivité prévue pour 2050 selon le scénario II (en milliers de PLN)**



**Figure 2 : Résultats de simulations de productivité dans les différents groupes de voïévodies selon le scénario II (en milliers de PLN)**

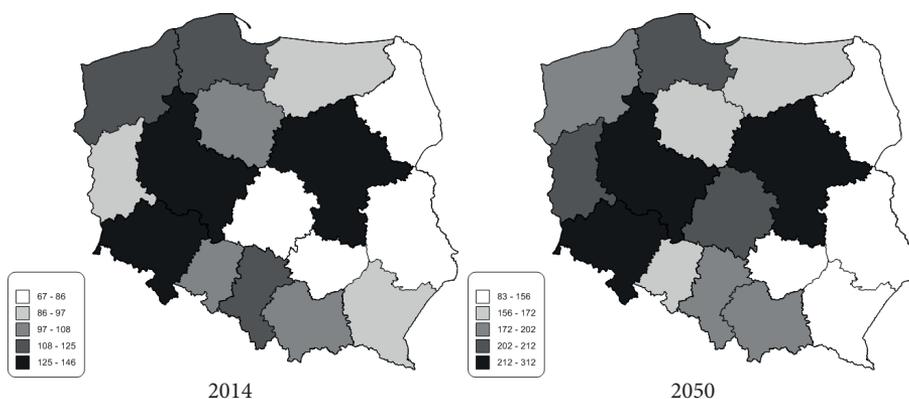
on présuppose de plus (à l’instar de ce qui se passe dans le scénario I) que les pays voisins de la Pologne se développent au tempo moyen des années 2000-2014.

Dans la variante qui nous occupe, la productivité croîtrait dans la voïévodie de Łódź (progression d’environ 150% en 2050 par rapport à 2014) et dans les voïévodies de Lubusz, de Mazovie et de Basse-Silésie (résultat de 2050 équivalent à deux fois celui de 2014). On noterait une progression bien plus lente dans les voïévodies de Podlachie (croissance d’environ 32% en 2050 par rapport à 2014) et de Lublin (croissance de 23%).

En comparant les classements des voïévodies de 2014 et de 2050, nous observons que les trois premières positions demeurent inchangées. Les plus hauts indicateurs

de productivité seraient toujours notés en Mazovie, Basse-Silésie et Grande-Pologne. La haute position de ces deux premières voïévodies provient dans une large mesure des hauts taux d'investissement de ces régions.

La Grande-Pologne conserve sa troisième position même si la productivité de cette région reste loin derrière celle des voïévodies de Mazovie et de Basse-Silésie. Dans le scénario pris en compte, des voïévodies monteraient au classement, comme celle de Łódź (14ème position en 2015 contre 4ème en 2050) et de Lubusz (10ème en 2015 contre 5ème en 2050). Il y a deux raisons à cela, à savoir les taux d'investissement relativement hauts de ces deux régions (15,4%), et le fort taux d'effets gravitationnels nationaux (pour la voïévodie de Łódź) et internationaux (pour le cas



Carte 7 : Productivité dans les différentes régions de Pologne en 2014 et prévisions pour 2050 selon le scénario III (en milliers de PLN)

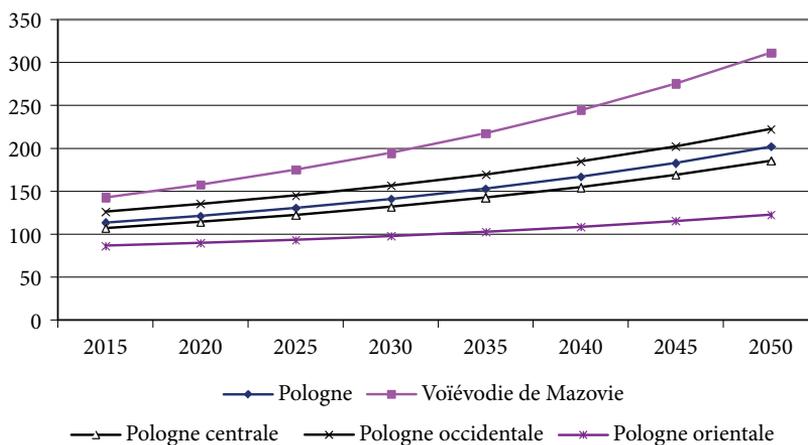


Figure 3 : Résultats des simulations de productivité dans les groupes de voïévodies selon le scénario III (en milliers de PLN)

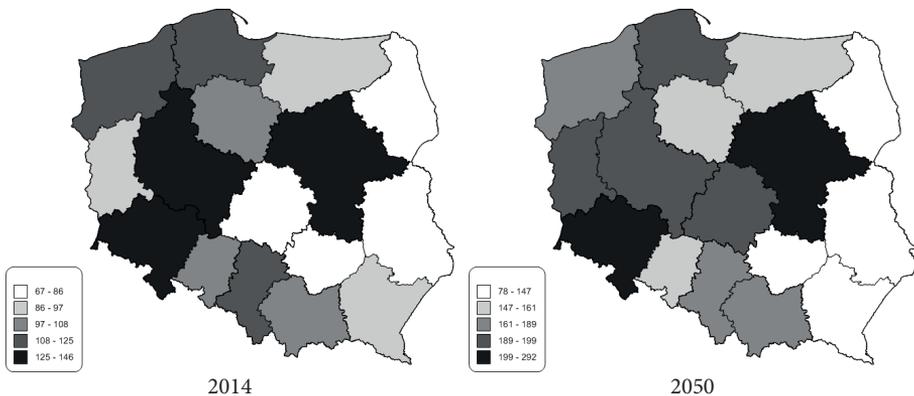
de Lubusz). Les chutes les plus importantes seraient accusées par les voïévodies de Silésie et de Poméranie Occidentale (chute de trois positions par rapport à 2014).

Dans le scénario de simulation analysé, deux groupes de voïévodies se développeraient à un tempo similaire, à savoir la Pologne occidentale et la Pologne centrale. Ces groupes oscilleraient autour d'une productivité demeurant à un niveau proche de la moyenne polonaise.

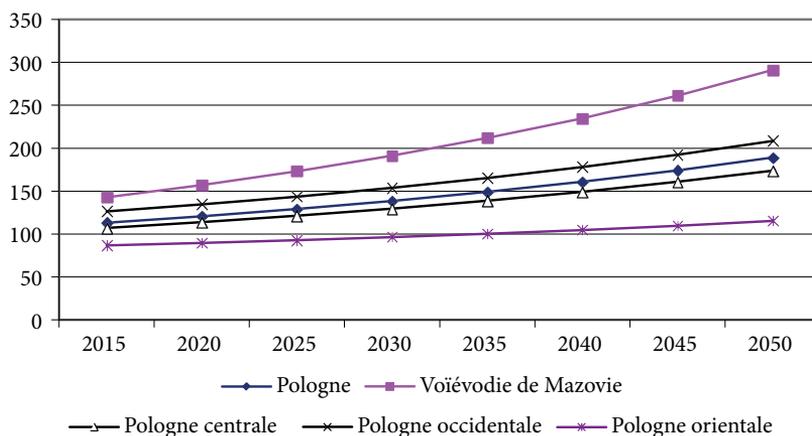
La Mazovie, qui se démarque déjà des autres groupes de voïévodies pour ce qui est du développement économique, ne ferait que creuser l'écart en 2050. Les voïévodies de l'est de la Pologne (caractérisées dès à présent par une productivité plus faible qu'ailleurs) progresseraient selon ce scénario plus lentement que les autres, ce qui les marginaliserait plus encore. La différence de développement entre les voïévodies de Pologne orientale serait de plus de 35 ans par rapport à la Mazovie et aux voïévodies de Pologne occidentale, d'environ 25 ans par rapport aux voïévodies du centre de la Pologne. Le coefficient de variabilité de la productivité dans les voïévodies en 2050 serait de 31,8%, ce qui signifierait qu'un processus de  $\sigma$ -divergence de la productivité serait à l'œuvre. Ce processus serait bien plus prononcé que dans le cadre des deux premiers scénarios.

Le scénario IV part des mêmes présupposés que le scénario III, à ceci près que les pays voisins de la Pologne croissent ici à une moindre vitesse, égale à la moyenne des années 2009-2014. Si ce présupposé n'affecte pas outre mesure le classement (qui est quasi identique à ce que l'on retrouve dans les scénarios III et IV), on remarque tout de même un ralentissement de la croissance de la productivité dans toutes les voïévodies. De ce fait, la productivité atteinte en 2050 dans le scénario IV est dans toutes les régions inférieure de 6% à ce qu'on a dans le scénario III.

Dans celui qui nous occupe, c'est encore une fois la voïévodie de Łódź qui montre la plus forte croissance de productivité dans les années 2014-2050 (croissance



**Carte 8 : Productivité des différentes voïévodies en 2014 et prévisions pour 2050 selon le scénario IV (en milliers de PLN)**



**Figure 4 : Résultats des simulations de productivité dans les différents groupes de voïévodies selon le scénario IV (en milliers de PLN)**

d'environ 140%). La croissance la plus lente serait celle des voïévodies de Podlachie (environ 24%) et de Lublin (environ 16%).

Les trajectoires des figures 3 et 4 sont grosso modo les mêmes. La Mazovie se démarque nettement des autres voïévodies pour ce qui est de la productivité. Les voïévodies du centre et de l'ouest oscillent autour de la moyenne nationale, tandis que l'est du pays se marginalise de plus en plus. Le scénario analysé voit la Mazovie doubler sa productivité en 2050 par rapport à 2014, tandis que les voïévodies du centre et de l'ouest du pays réalisent une progression de leur productivité d'environ 70%. L'est de la Pologne va se développer le plus lentement malgré des chiffres déjà faibles et se contentera d'une augmentation de la productivité d'environ 48%.

Ce scénario (tout comme le scénario III) souligne aussi la possibilité d'un accroissement des disparités entre les régions polonaises (le coefficient de variabilité en 2050 serait supérieur de 10% à celui de 2014)

## Conclusions

Le modèle gravitationnel de croissance économique est une modification de celui de Solow. Les présupposés de ce modèle sont les mêmes que ceux de Solow, auxquels on ajoute le facteur spatial et les interactions survenant entre des entités. On part du principe que l'effet gravitationnel cumulé affecte les disparités en matière de productivité (l'effet gravitationnel cumulé étant défini comme étant la moyenne géométrique des effets gravitationnels isolés). En outre, la force des incidences réciproques entre deux régions (effet gravitationnel individuel ou isolé) est une

fonction des ressources en capital par travailleur accumulées dans ces régions et des distances qui les séparent. On suppose également que plus le produit des ressources de capital par travailleur de ces régions est élevé et plus celles-ci sont près les unes des autres, plus les interactions entre elles seront prononcées.

Les disparités géographiques en matière du capital par travailleur dans les années 2002-2014 ne diffèrent que peu. Les chiffres les plus élevés sont ceux de la Mazovie. On remarque aussi de bons résultats dans les voïévodies de Basse-Silésie et de Poméranie Occidentale. Le capital par travailleur et la productivité sont au plus bas dans la voïévodie de Łódź et celles de l'est du pays, à savoir les Basses-Carpates, les voïévodies de Sainte-Croix et de Lublin.

Les effets gravitationnels nationaux les plus prononcés sont ceux de la Mazovie, de la Silésie, d'Opole et de Łódź. Les forts effets gravitationnels de la région de Łódź viendraient de la position centrale de cette voïévodie mais aussi de ce qu'elle se caractérise par un des plus faibles taux de capital par travailleur. Les effets gravitationnels internationaux (extérieurs) les plus forts dans les voïévodies de Pologne occidentale, c'est-à-dire en Poméranie Occidentale, voïévodie de Lubusz et en Basse-Silésie. Plus une voïévodie est éloignée de la frontière allemande, plus les effets gravitationnels internationaux sont faibles.

Nous avons calibré les paramètres de modèle gravitationnel de croissance économique en utilisant les données historiques concernant l'évolution du capital par travailleur, la productivité et les effets gravitationnels nationaux et internationaux. Nous avons présupposé dans le cadre des simulations numériques que l'élasticité de la productivité par rapport au capital par travailleur, des effets gravitationnels nationaux et internationaux s'élèverait à 0,799, 0,124 et 0,0437.

Dans le cadre des analyses par simulation, nous avons présupposé deux variantes d'évolutions des variables exogènes dans le modélisation de l'avenir (c'est-à-dire les taux d'investissement et les taux de croissance des PIB des pays voisins de la Pologne). Ceci a permis de créer quatre scénarios de simulations différents.

Indépendamment du scénario retenu, la Pologne traverserait un processus de  $\sigma$ -divergence de la productivité entre ses diverses régions. Il convient toutefois de souligner que le processus de divergence serait bien plus prononcé si les taux d'investissement qui étaient ceux de la moyenne des années 2000-2014 dans les diverses voïévodies devait se maintenir qu'à admettre les mêmes taux d'investissement pour toutes les voïévodies.

Les deux variantes pour les taux de croissance des PIB des pays voisins de la Pologne (c'est-à-dire la moyenne des années 2000-2014 et 2009-2014) ont confirmé l'hypothèse selon laquelle le tempo de croissance économique plus soutenu des états frontaliers de la Pologne entraîneraient une croissance plus rapide de la productivité dans toutes les voïévodies.

Tous les scénarios ont confirmé que la voïévodie de Łódź avait une chance dans les années à venir de relever significativement ses indicateurs macroéconomiques.

Elle se caractérise par des taux d'investissement relativement élevés qui, eu égard à une position géographique centrale, sont exacerbés par l'incidence des effets gravitationnels.

Dans tous les scénarios, les voïévodies de l'est de la Pologne verraient l'écart se creuser entre leurs niveaux de productivité et ceux des autres groupes de voïévodies. La marginalité géographique de ces régions ainsi que le faible capital par travailleur (qui impliquent un faible potentiel gravitationnel tant national qu'international), les taux d'investissement devraient être plus élevés dans ce groupe que dans les autres voïévodies. Ce n'est cependant pas le cas. Ces régions (exception faite des Basses-Carpates) accusent des taux d'investissement inférieurs à la moyenne nationale.

L'effet de la gravité est moins visible dans les régions de l'est de la Pologne que dans l'ouest. En même temps les régions de l'ouest de l'Ukraine sont moins développées économiquement que d'autres régions de l'Ukraine. Ainsi, l'introduction de facilités institutionnelles dans la coopération économique pourrait bénéficier à la fois au développement de la Pologne orientale et de l'Ukraine occidentale en renforçant les effets gravitationnels entre les régions polonaises et ukrainiennes.

## Bibliographie

- Chugaievskia, N. et Tokarski, T. (2017). *Przestrzenne zróżnicowanie bezrobocia na Ukrainie*, exposé lors de la conférence « Croissance économique, marché du travail et innovation de l'économie », organisée par la Chaire de macroéconomie de l'Université de Łódź les 22 et 23 juin.
- Czyż, T. (2002). Zastosowanie modelu potencjału w analizie zróżnicowania regionalnego Polski. *Studia Regionalne i Lokalne*, 2-3, 5-14.
- Filipowicz, K. et Tokarski, T. (2016). *Podstawowe modele wzrostu gospodarczego w teorii ekonomii*. Dans : A. Nowosad, R. Wisła (dir.), *Zróżnicowanie rozwoju współczesnej Europy*, Kraków : Wydawnictwo Uniwersytetu Jagiellońskiego.
- Filipowicz, K. et Tokarski, T. (2015a). Wpływ efektu grawitacyjnego na przestrzenne zróżnicowanie rozwoju ekonomicznego powiatów. *Wiadomości Statystyczne*, 5, 42-61.
- Filipowicz, K. et Tokarski, T. (2015b). Wpływ efektu grawitacyjnego na przestrzenne zróżnicowanie rozwoju ekonomicznego powiatów Polski Wschodniej. *Studia i Materiały Miscellanea Oeconomicae*, 4(1), 57-71.
- Główny Urząd Statystyczny. (2017). Bank Danych Lokalnych. Repère à <https://bdl.stat.gov.pl/>
- Malaga, K. et Kliber, P. (2007). *Konwergencja i nierówności regionalne w Polsce w świetle neoklasycznych modeli wzrostu*, Poznań : Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Poznaniu.
- Mroczek, K., Nowosad, A. et Tokarski, T. (2015). Oddziaływanie efektu grawitacyjnego na zróżnicowanie wydajności pracy w krajach bałkańskich. *Gospodarka Narodowa*, 2, 15-53.

- Mroczek, K., Tokarski, T. et Trojak, M. (2014). Grawitacyjny model zróżnicowania rozwoju ekonomicznego województw. *Gospodarka Narodowa*, 3, 5-34.
- Mroczek, K. et Tokarski, T. (2014). *Efekt grawitacyjny i techniczne uzbrojenie pracy a zróżnicowanie wydajności pracy w krajach UE*. *Studia Prawno-Ekonomiczne*, t. XCIII, 245-259.
- Ponsard, C. (1992). *Ekonomiczna analiza przestrzenna*. Poznań : Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Poznaniu.
- Pooler, I. (1987). Measuring geographical accessibility : A review of current approaches and problems in the use of population potentials. *Geoforum*, 3(18), 263-289.
- Solow, R. (1956). A Contribution to the Theory of Economic Growth. *Quarterly Journal of Economics*, February, 65-94.
- Tokarski, T. (2009). *Matematyczne modele wzrostu gospodarczego (ujęcie neoklasyczne)*. Kraków : Wydawnictwo Uniwersytetu Jagiellońskiego.
- Tokarski, T. (2011). *Ekonomia matematyczna. Modele makroekonomiczne*. Warszawa : Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne.
- UNECE. (2017). Statistical Database, Repère à <http://w3.unece.org/PXWeb/en>