DYNAMIQUE DE RÉSEAU : HÉTÉROGÉNÉITÉ, RATIONALITÉ ET INERTIE

Network dynamics : Heterogeneity, rationality and inertia

Éric MALIN[1]
Université de Rennes, CREM UMR CNRS 6211, France
eric.malin@univ-rennes1.fr
ORCID : 0000-0001-6855-9984

Abstract : Revisiting the work of Farrell and Saloner (1985, 1986) on the processes of technological adoption or choice of standard, this article analyzes the problems related to the timing of decisions and deepens the study of the inertia effect in these situations. We focus our analysis on the interaction of network effects and informational externalities to show that the information revelation, through its backward and forward effects, can in some cases eliminate inefficient inertia while all the literature on networks has mostly focused on the bandwagon effects systematically giving rise to momentum behaviors or more oftenly excessive inertia. In an incomplete information framework on agent preferences, we add to our model the possibility of a transitional incompatibility situation as well as any switching cost situation in such a way as to examine without bias and completely the impact of the dissemination of information on the adoption decisions of agents. Finally, some of our results on equilibrium strategies and optimality can be reinterpreted from the point of view of the heterogeneity of the population, in terms of preferences or ability to process information. Some types of agents that do not react to their environment will lead to a bias in the decisions of sophisticated agents and influence in a « disproportionate » way the result and the optimality of the game.

Keywords : network externality, informational externality, technology adoption, incomplete information, inertia, heterogeneity.

Résumé : Revisitant les travaux de Farrell et Saloner (1985, 1986) sur les processus d'adoption technologique ou de choix de standard, cet article analyse les problèmes liés au *timing* des décisions et approfondit l'étude de l'effet d'inertie dans ces situations. Nous centrons notre analyse sur l'interaction des effets de réseau et des externalités informationnelles pour montrer que la révélation d'information, par ses effets *backward* et *forward*, peut dans certain cas éliminer l'inertie inefficiente alors que toute la littérature sur les réseaux a majo-

[1] Université de Rennes, 7 place Hoche, 35065 Rennes.

ritairement mis l'accent sur les effets de *bandwagon* donnant systématiquement lieu à des comportements d'entrainement ou surtout d'inertie excessive. Dans un cadre d'information incomplète sur les préférences des agents, nous autorisons la position d'incompatibilité transitoire ainsi que toute situation de coût de changement de manière à examiner sans biais et complètement l'impact de la diffusion d'information sur les décisions d'adoption des agents. Enfin, certains de nos résultats sur les stratégies d'équilibre et l'optimalité de ces dernières peuvent être réinterprétés à partir de l'hétérogénéité de la population, en termes de préférences ou de capacité à traiter l'information. Certains types d'agent ne réagissant pas à leur environnement vont entrainer un biais dans les décisions des agents sophistiqués et influencer de manière « disproportionnée » le résultat et l'optimalité du jeu.

Mots-clés : externalité de réseau, externalité informationnelle, adoption technologique, information incomplète, inertie, hétérogénéité.

JEL Classification : C72, D62, D82.

Introduction

Nous analysons dans cet article la présence d'effet d'inertie dans les décisions d'agents économiques pour l'adoption d'une technologie ou le choix d'un standard lorsque la date d'adoption (*timing*) est endogène. Dans ces situations, les agents peuvent devenir membres d'un « réseau » et bénéficier dans ce cas d'une externalité positive de réseau. Dans ce contexte, il est bien connu qu'un effet *bandwagon* peut affecter significativement les comportements d'adoption en créant un entrainement exagéré ou, plus souvent, une inertie excessive. Il est également souvent souligné que le biais défavorable à l'adoption, i.e. l'inertie, empêche le changement collectif vers un nouveau standard pourtant considéré comme plus efficient[2]. Cet effet a notamment été mis en avant dans la littérature pour expliquer la domination de certains standards techniques, le cas le plus célèbre opposant les claviers *Qwerty* et *Dvorak*[3]. L'impact de cet argument théorique est également devenu de plus en plus important dans son application pratique aux politiques de la concurrence comme en témoigne l'usage qui en a été fait, par exemple dans le procès Microsoft (voir notamment Lopatka, & Page, 1995).

Dans leur article fondateur, Farrell et Saloner (1985) ont démontré l'existence systématique d'un tel effet d'inertie dans le choix de standard quand l'incertitude porte sur les préférences des agents[4]. L'émergence d'une nouvelle technologie est alors contrariée par la préséance et la base installée d'une plus ancienne. Dans leur

[2] Voir Shapiro et Varian (1998) et Rohlfs (2001).

[3] Voir David (1985) et Liebowitz, Margolis (1990, 1994) à ce sujet.

[4] Choi (1997) propose une analyse similaire lorsque l'incertitude porte sur la valeur intrinsèque de la nouvelle technologie et fournit ainsi un autre canal de diffusion pour l'inertie.

modèle, les stratégies d'équilibre sont des stratégies *bandwagon* : les agents qui accordent le plus de valeur au nouveau standard sont prêts à l'adopter immédiatement sans avoir besoin de bénéficier d'une externalité de réseau substantielle, alors que d'autres types d'agent vont systématiquement attendre pour voir s'il est valable de prendre le « train » en marche, enfin certains types d'agent ne se raccorderont jamais. Ainsi, il est possible que même si les agents ont un intérêt unanime pour le changement, on reste au final avec l'ancien standard parce que les agents ont un comportement attentiste (inertie symétrique). Par exemple, deux entreprises de caractéristiques identiques et favorables à l'adoption unanime d'une technologie peuvent être individuellement dissuadées de faire le premier pas pour entrer dans ce « réseau » technologique de peur de s'y retrouver seule et, de supporter, entre autres, l'intégralité des coûts d'apprentissage. Il est également possible que l'inertie provienne de la présence d'une forte proportion dans la population d'agents réfractaires au changement (inertie asymétrique). Nous pensons que cette dominance de l'effet d'inertie est à son paroxysme dans les modèles de type Farrell et Saloner et que, dans une modélisation dynamique avec timing endogène, il existe au moins un équilibre pour lequel la révélation d'information induite par la dynamique du jeu permet un accès au réseau facilité pour certains agents ceci même en présence d'un coût de sortie du réseau (fini ou infini)[5].

En effet, le modèle de Farrell et Saloner (1985) élude la dimension temporelle du problème en ne considérant que la position *in fine* des agents. Dans leur modèle, les gains sont déterminés indépendamment de la date d'adoption du standard[6]. Or, il peut y avoir des bénéfices et des coûts à une adoption précoce. En particulier, il pourrait être coûteux pour un agent de subir une incompatibilité avec les autres agents le temps que ceux-ci prennent la décision de le rejoindre.

La première contribution de cet article est donc d'intégrer explicitement la dimension temporelle des décisions. Dans ce but, nous introduisons une fonction de gain *interim* qui permet de tenir compte d'une incompatibilité transitoire et d'avoir une meilleure compréhension du processus de révélation d'information induit par la dynamique du jeu. Nous centrons notre analyse sur l'interaction des effets de réseau et des externalités informationnelles pour montrer que la révélation d'information, par ses effets *backward* et *forward*, peut dans certain cas éliminer l'inertie inefficiente alors que toute la littérature sur les réseaux a majoritairement mis l'accent sur les effets de *bandwagon* donnant systématiquement lieu à des comportements d'inertie excessive.

---

[5] Concernant le problème pur de coordination, voir Dybvig et Spatt (1983) pour un mécanisme de coordination ou Gale (1995) pour l'influence de la durée des périodes de jeu et de la spécification des complémentarités stratégiques sur le comportement d'attente des agents.

[6] Farrell et Saloner (1986) traitent ce problème de timing mais en information complète.

Nous autorisons également toute situation de coût de changement (sortie sans coût, irréversibilité, coût fini) de manière à examiner sans biais et complètement l'impact de la diffusion d'information sur les décisions d'adoption des agents. Les situations de libre sortie ou intermédiaires entre cette dernière et l'irréversibilité sont assez peu exploitées dans la littérature des réseaux, la plupart des modèles s'inspirant de Farrell, Saloner optent pour l'irréversibilité des décisions (cf Choi, 1997, par exemple). Au final, dans ces conditions, nous montrerons que l'effet d'inertie dans les équilibres du jeu n'est pas une fatalité.

Enfin, l'influence de l'hétérogénéité de la population sur les stratégies d'équilibres, les issues d'équilibre et l'optimalité de ces dernières, est examinée. Nous étudions d'abord L'impact d'une variation de l'hétérogénéité, ou de la distribution des types, sur l'externalité informationnelle. Enfin, certains de nos résultats sur les stratégies d'équilibre et l'optimalité de ces dernières peuvent être réinterprétés par rapport à l'influence d'agents *myopes* ou *sophistiqués*. Haltiwanger et Waldman (1985, 1991) ont proposé une nouvelle approche de l'hétérogénéité des agents lorsque cette hétérogénéité peut provenir de différences de préférences ou de capacité à traiter l'information. Dans leur terminologie, certains types d'agent ne réagissent pas à leur environnement pour prendre leur décision et sont qualifiés de *naifs* ou de *non-réactifs* alors que d'autres agents *sophistiqués* ou *réactifs* forment des anticipations pour prendre leur décision. Haltiwanger et Waldman montrent qu'en cas de complémentarités stratégiques, les décisions des agents *non-réactifs* vont entrainer un biais dans les décisions des agents *sophistiqués* et influencer de manière « disproportionnée » le résultat et l'optimalité du jeu. Cette perspective permettra d'obtenir un éclairage intéressant sur certains résultats tout en tenant compte du fait que des conclusions différentes peuvent apparaître du fait que notre modélisation ne correspond pas entièrement aux conditions d'applications des travaux d'Haltiwanger et Waldman.

Nous examinons d'abord l'influence du coût de changement sur les stratégies d'équilibres (section 2). Nous développons dans un premier temps un modèle de base dans lequel les agents ne supportent aucun coût de retour à leur situation initiale. Dans une deuxième étape, nous introduirons d'abord un coût de sortie infini ou fini quelconque pour montrer qu'à l'équilibre, de nombreux comportements sont envisageables, certains ne témoignant d'aucun effet d'inertie modérant ainsi le résultat de Farrell et Saloner qui se caractérise par un effet d'inertie inefficace. Même en interdisant le retour à la situation initiale ou en introduisant un coût (fini) de changement, les équilibres bayésiens obtenus ne donnent pas toujours lieu à des comportements attentistes de la part des agents. Enfin, la section 3 traite de l'influence de l'hétérogénéité sur les stratégies d'équilibres. Nous étudions la robustesse des équilibres caractérisés dans les sections précédentes lorsque la composition de la population d'agents est modifiée. Dans la dernière section, nous donnons une vision unifiée des résultats selon la grille de lecture fournie par Haltiwanger et Waldman.

1. Inertie et coût de changement

1.1. Le modèle de base sans coût de sortie

Nous développons le modèle de base et nous décrivons rapidement les hypothèses de notre modèle ainsi que les résultats basiques concernant les équilibres. Notons que ce modèle se singularise par rapport au reste de la littérature en ce qu'il considère comme support de l'information un ensemble discret de types de joueurs et non pas un continuum de types : l'avantage du cadre continu est de donner des résultats techniquement élégants mais son inconvénient principal est de rendre impossible, à notre connaissance, la caractérisation d'équilibres bayésiens parfaits pour des coûts de changement finis[7].

Considérons un réseau dont la « clientèle » potentielle est constituée de deux agents qui peuvent chacun être de trois types[8] : un type supérieur qui de toute façon veut bénéficier du raccordement, un type inférieur qui de toute façon ne voit aucun intérêt à se raccorder et un type intermédiaire qui préférerait se raccorder s'il était sûr que l'autre usager veuille se raccorder mais qui opterait pour le non-raccordement s'il était certain que l'autre agent ne veuille pas se raccorder. Pour chaque usager i la caractéristique θ_i d'intérêt du raccordement est donc susceptible de prendre trois valeurs : $\underline{\theta}$, $\tilde{\theta}$ et $\overline{\theta}$, telles que $\underline{\theta} < \tilde{\theta} < \overline{\theta}$.

Chaque usager potentiel ne connaissant qu'en probabilité le type de l'autre, l'information de chacun est incomplète. Autrement dit, la valeur prise par θ_i est une information privée θ_j, $j \neq i$, de l'usager i qui ne connaît pas l'information privée de l'autre usager. On suppose pour simplifier que les distributions de probabilités de θ_i et θ_j sont indépendantes et que chaque valeur a la même probabilité d'apparition, $\frac{1}{3}$. Cette distribution uniforme sur les types d'agent est connaissance commune.

Chacun de ces deux usagers est en mesure de retirer de son rattachement au réseau une utilité u_i qui dépend premièrement de son type θ_i, $\theta_i \in \Theta_i$, deuxièmement du fait que l'autre usager est lui-même raccordé ou non et enfin du prix qu'on lui demande en contrepartie de ce rattachement. On pose

$$u_i = \begin{cases} 0 & si\ i\ n'est\ pas\ raccordé \\ \theta_i - p & si\ i\ est\ raccordé\ seul \\ 2\theta_i - p & si\ i\ et\ j,\ i \neq j,\ sont\ tous\ deux\ raccordés \end{cases} \tag{1}$$

De plus, par hypothèse sur les types :

[7] Voir Malin (2017) pour une résolution du cas continu avec irréversibilité de l'adoption.

[8] On peut montrer que nos conclusions peuvent être généralisées pour un nombre quelconque d'individus.

- lorsque $\theta_i = \underline{\theta}$, l'usager i n'est pas intéressé par le raccordement, même si l'autre usager se raccorde, i.e. $\underline{\theta} < \frac{1}{2}p$,
- lorsque $\theta_i = \overline{\theta}$, l'usager i se raccorde même si l'autre usager ne se raccorde pas, i.e. $p < \overline{\theta}$.
- lorsque $\theta_i = \tilde{\theta}$, l'usager i a intérêt à se raccorder si et seulement si l'autre usager se raccorde, i.e. $\frac{1}{2}p < \tilde{\theta} < p$.

Enfin, chaque usager doit décider, indépendamment de ce que décide l'autre, s'il se raccorde ou non. Le jeu constituant est typiquement un jeu bayésien de coordination. Dans ce jeu, nous avons ainsi deux équilibres : un équilibre de première variété dans lequel les types intermédiaires se raccordent et un équilibre de seconde variété dans lequel les usagers de type intermédiaire ne se raccordent pas.

Proposition 1. *Si* $\tilde{\theta} \in \left(\frac{3}{5}p, p\right)$, *il existe un équilibre bayésien (première variété) avec stratégie pure de raccordement des joueurs de type intermédiaire.*

Si $\tilde{\theta} \in \left(\frac{1}{2}p, \frac{3}{4}p\right)$, *il existe un équilibre bayésien (deuxième variété) avec stratégie pure de non-raccordement des joueurs de type intermédiaire.*

Si $\tilde{\theta} \in \left(\frac{3}{5}p, \frac{3}{4}p\right)$, *ces deux équilibres co-existent.*

Considérons maintenant la répétition du jeu constituant. Chaque partie est jouée simultanément. Au début de la seconde étape, avant d'arrêter sa décision, chaque usager a le loisir d'observer le choix effectué par l'autre usager à la première étape. L'information privée de chacun reste cependant la propriété exclusive de l'agent. Seule l'observation de la décision de première étape réduit l'incertitude sur le type du joueur qui l'a prise et dans certains cas révèle même sans ambiguïté son type. Nous développons pour l'instant un modèle dans lequel les agents sortent du réseau sans coût de retour à leur situation initiale. Cette hypothèse nous positionne donc à l'extrême opposé du modèle de Farrell et Saloner (1985), dans lequel le coût de retour (*switching cost*) est infini, cela se traduisant par le fait, qu'un agent, une fois « raccordé » au réseau, le reste définitivement. Aucune de ces deux hypothèses ne se justifie plus qu'une autre, seul le choix d'une application spécifique peut permettre de retenir la plus pertinente. Ainsi, ce coût de retour à la situation initiale est nul pour les abonnés de nombreux réseaux de télécommunications, qui n'ont qu'à résilier leur contrat. Par contre, les entreprises qui remettraient en cause le choix d'une technologie de production pourraient subir un coût très élevé de démantèlement et de remise en place de l'ancien procédé de production.

On précise les différentes sortes d' équilibre (en stratégies pures) que l'on peut mettre en œuvre dans cette situation. La répétition du jeu constituant possède deux variétés d' équilibres parfaits symétriques en stratégies pures selon la valeur du type intermédiaire $\tilde{\theta}$[9]. On appelle dans le jeu répété : équilibre de première variété les équilibres où à la première période les usagers de type intermédiaire se raccordent et équilibre de seconde variété les équilibres où à la première période les usagers de type intermédiaire ne se raccordent pas[10].

Les couples de stratégies de première variété spécifient les comportements suivants :

- à la première étape un usager du type intermédiaire ou supérieur se raccorde, et un usager du type inférieur ne se raccorde pas;
- à la seconde étape :
  - un usager qui ne s'est pas raccordé à la première étape et qui constate que l'autre usager ne s'est pas raccordé, ne se raccorde à la seconde étape que s'il est de type supérieur;
  - un usager qui ne s'est pas raccordé à la première étape et qui constate que l'autre usager s'est raccordé, se raccorde lui-même à la seconde étape s'il est du type intermédiaire ou supérieur, mais ne se raccorde pas s'il est du type inférieur;
  - un usager qui s'est raccordé à la première étape et qui constate que l'autre usager ne s'est pas raccordé, ne se raccorde à la seconde étape que s'il est de type supérieur;
  - un usager qui s'est raccordé à la première étape et qui constate que l'autre usager s'est aussi raccordé, se raccordera lui-même à la seconde étape s'il est du type intermédiaire ou supérieur, mais ne se raccordera pas s'il est du type inférieur.

Les équilibres de la seconde variété prescrivent aux usagers de type intermédiaire et inférieur de ne pas se raccorder à la première étape et aux usagers de type supérieur de se raccorder, par définition. Les comportements spécifiés à la seconde étape par les stratégies se caractérisent essentiellement de cette façon : lorsque l'un seulement des usagers s'est raccordé à la première étape les deux usagers se raccordent à la seconde étape s'ils sont de type intermédiaire ou supérieur.

Proposition 2. *Si* $\tilde{\theta} \in \left(\frac{5}{9}p, p\right)$*, il existe un équilibre bayésien parfait de première variété (avec stratégie pure de raccordement des joueurs de type intermédiaire en première étape).*

---

[9] On peut montrer qu'il n'existe pas d'autres équilibres en stratégies pures, en particulier asymétriques.

[10] Il y a en réalité plusieurs genres d'équilibres de première variété et de seconde variété qui ne se distinguent que par des actions différentes à des ensembles d'information atteints avec probabilité nulle à l'équilibre.

Si $\tilde{\theta} \in \left(\frac{1}{2}p, \frac{5}{7}p\right)$, *il existe un équilibre bayésien parfait de deuxième variété (avec stratégie pure de non-raccordement des joueurs de type intermédiaire en première étape).*

Si $\tilde{\theta} \in \left(\frac{5}{9}p, \frac{5}{7}p\right)$, *ces deux équilibres co-existent.*

Ces différentes variétés d'équilibres donnent lieu en probabilité à de nombreuses trajectoires de la taille du réseau (expansion, régression, stagnation). La révélation d'information impliquée dans ces équilibres est à la base de la dynamique et joue toujours dans le sens des intérêts des agents.

Effet d'inertie à l' équilibre

Lorsqu'il y a libre sortie du réseau, il existe un équilibre (de première variété) sans effet d'inertie puisque tous les agents intéressés (de types intermédiaire ou supérieur) accèdent au réseau dès le début du jeu.

En revanche, l'équilibre de deuxième variété pourrait être considéré comme un équilibre à stratégie *bandwagon* dans notre spécification. Les agents les plus intéressés par l'accès au réseau sont les agents de type $\overline{\theta}$. Ils se raccordent au réseau dès le début du jeu sans avoir besoin de l'assentiment d'autres agents (car $\overline{\theta} > p$). Les agents de type $\tilde{\theta}$ sont eux susceptibles d'accéder au réseau mais vont attendre la deuxième étape pour le faire et seulement si l'autre joueur s'est raccordé en première étape. Enfin, les agents de type $\underline{\theta}$ ne se raccordent jamais.

Il est donc intéressant de noter que même en l'absence d'engagement ferme (sans accès irréversible ou sortie coûteuse du réseau) de la part des joueurs, ainsi que sans effet de réseau sur la situation initiale, il peut exister à l'équilibre un effet d'inertie : certains joueurs n'accèderont au réseau que s'ils ont pu constater l'accès d'autres individus.

Nous allons maintenant étudier l'extension de notre modèle de base, en considérant dans un premier temps (section 1.2) une situation d'irréversibilité de l'accès au réseau (coût de changement infini), puis dans un deuxième temps (section 1.3) le cas d'une sortie possible du réseau avec un coût fini quelconque. La question est de savoir si l'addition d'une contrainte plus ou moins serrée d'engagement va renforcer la présence de l'effet d'inertie pour peut-être éliminer les équilibres avec raccord immédiat des joueurs de type intermédiaire.

1.2. Irréversibilité des décisions d'accès au réseau

Le coût de sortie du réseau est à présent infini. Le cadre d'analyse est ici beaucoup plus classique puisque c'est celui choisi par la plupart des modélisations, e.g. Farrell et Saloner (1985, 1986), Choi (1997). Une fois raccordé au réseau, un agent n'a plus la possibilité d'en sortir. Nous allons dans un premier temps voir ce que cela implique sur les gains des joueurs pour tous les profils de décisions et pour toutes les histoires du jeu. Puis, nous donnerons les conditions sur les valeurs du type intermédiaire qui caractérisent les équilibres bayésiens parfaits. Nous pourrons alors constater qu'il n'y a pas que des stratégies à effet d'entrainement jouées à l'équilibre.

Les gains de première période sont donnés par :

- Première période :

j i	0	1
0	0, 0	0, $\theta_j - p$
1	$\theta_i - p$, 0	$2\theta - p$

Il n'y a pas ici de changement par rapport aux gains de première période d'un jeu avec possibilité de sortie sans frais.

- Les gains de deuxième période pour les quatre histoires du jeu sont :

– suite à $(d_i, d_j) = (1, 1)$: Les deux joueurs sont « condamnés » à rester dans le réseau.

j i	~~0~~	1
0	~~0, 0~~	0, $\theta_j - p$
1	$\theta_i - p$, 0	$2\theta - p$

– suite à $(d_i, d_j) = (1, 0)$: Seul le joueur doit prendre une décision.

j i	0	1
~~0~~	~~0, 0~~	0, $\theta_j - p$
1	$\theta_i - p$, 0	$2\theta - p$

– suite à $(d_i, d_j) = (0, 1)$: Seul le joueur doit prendre une décision.

j i	~~0~~	1
0	~~0, 0~~	0, $\theta_j - p$
1	$\theta_i - p$, 0	$2\theta - p$

– suite à $(d_i, d_j) = (0, 0)$:
Il suffit de reprendre les gains de la matrice de première période.

Nous allons maintenant étudier quelles sont les conditions soutenant les deux équilibres bayésiens parfaits suivants :

- le premier avec non raccordement des agents de type intermédiaire au début du jeu et accès en deuxième période si l'autre joueur s'est raccordé en pre-

mière étape. C'est donc l'analogue de l'équilibre de *bandwagon* (ou avec effet d'entrainement);
- le deuxième avec raccordement des agents de type intermédiaire en début de jeu.

L'objectif est de montrer que parallèlement à l'équilibre *bandwagon* attendu, il existe d'autres situations d'équilibre sans effet d'inertie ou avec un effet amoindri même dans une situation a priori plutôt favorable à l'attentisme.[11]

1.2.1. L'equilibre *bandwagon*

Nous analysons les conditions d'existence d'un équilibre *bandwagon* dans lequel les individus indécis quant à leur accès au réseau, attendent de voir si d'autres ont pris le « risque » de se raccorder en première étape, pour à leur tour se joindre au réseau.

Définition 1. *On appelle couple de* **stratégies *bandwagon*** *les couples* (γ_1^*, γ_2^*) *suivants :*

– à la première étape

$$\forall i = 1, 2, \gamma_i^{*1} = \begin{cases} 1 & si \quad \theta_i = \overline{\theta} \\ 0 & sinon \end{cases}$$

– à la seconde étape

- Pour $(d_i^1, d_j^1) = (0, 0)$

$$\gamma_h^{*2} = \begin{cases} 1 & si \quad \theta_i = \overline{\theta} \\ 0 & sinon \end{cases} \quad h = 1, 2$$

- Pour $(d_i^1, d_j^1) = (0, 1)$

$$\gamma_i^{*2} = \begin{cases} 1 & si \quad \theta_i \in \{\tilde{\theta}, \overline{\theta}\} \\ 0 & sinon \end{cases}$$

$$\forall \theta_j = \underline{\theta}, \tilde{\theta}, \overline{\theta}, \gamma_j^{*2}(\theta_j) \equiv 1.$$

- Pour $(d_i^1, d_j^1) = (1, 1)$

$$\forall j = 1, 2, \forall \theta_j = \underline{\theta}, \tilde{\theta}, \overline{\theta}, \gamma_j^{*2}(\theta_j) \equiv 1.$$

Proposition 3. (Equilibre *bandwagon*) *Si* $\tilde{\theta} \in \left(\frac{1}{2}p, \frac{5}{7}p\right)$, *il existe un équilibre bayésien parfait avec stratégie pure de non-raccordement en première période des joueurs de type intermédiaire et raccordement en seconde étape de ces joueurs uniquement si l'autre joueur s'est raccordé en première étape.*

[11] Il y a sans doute d'autres équilibres dans ce jeu mais nous concentrerons notre attention sur des stratégies de première période contrastées : adoption ou non-adoption.

Preuve : Voir Annexes disponibles sur demande.

Il est à noter que l'irréversibilité (ou l'introduction d'un coût de changement infini) n'apporte rien de nouveau sur les conditions d'équilibre sans raccordement du type intermédiaire par rapport à la situation de sortie libre. L'équilibre *bandwagon* émerge donc indépendamment de la possibilité ou non de revenir à la situation initiale.

1.2.2. L'equilibre de raccordement

Il existe aussi des équilibres avec raccord des joueurs de type intermédiaire dès la première période lorsque le coût de sortie du réseau est infini.

Nous nous limiterons à l'étude de l'existence de l'équilibre, dénommé équilibre de raccordement, défini ci-dessous (et qui diffère de l'équilibre précédent par la seule composante de première étape) :[12]

– à la première étape

$$\forall i = 1, 2, \gamma_i^{*1} = \begin{cases} 1 & si \qquad \theta_i \in \{\tilde{\theta}, \overline{\theta}\} \\ 0 & sinon \end{cases}$$

Proposition 4. (Equilibre de Raccordement) *Il existe un équilibre bayésien parfait avec stratégie pure de raccordement en première période des joueurs de type intermédiaire lorsque le coût de sortie du réseau est infini, pour* $\tilde{\theta} \in \left(\frac{2}{3}p, p\right)$.

Preuve : Voir Annexes disponibles sur demande.

Même en présence d'un coût infini de retour à la situation initiale, on peut observer à l'équilibre, le raccordement des individus de type intermédiaire au début du jeu.

Cette description de deux équilibres de ce jeu (qui en possèdent encore d'autres) montre sans surprise que dans une situation d'irréversibilité de l'entrée dans le réseau, l'effet d'inertie peut jouer au travers de la stratégie préconisée à l' équilibre *bandwagon*. Mais, l'inertie n'est pas le seul résultat possible (équilibre de raccordement). Cela constitue une singularité par rapport au modèle de Farrell et Saloner qui ne possède que le seul équilibre *bandwagon*[13]. *Bandwagon* et inertie ne sont donc pas une fatalité même dans un contexte défavorable pour l'adoption (information incomplète).

---

[12] Nous ne cherchons pas tous les équilibres avec raccord des joueurs de type intermédiaire en première période, mais simplement à montrer qu'il existe une alternative à l'équilibre *bandwagon*.

[13] Cette unicité de l'équilibre est due au choix d'un continuum de types.

1.3. Possibilité de sortie du réseau avec coût de changement

Nous allons maintenant étudier le cas intermédiaire entre la libre sortie du réseau et l'irréversibilité de l'accès. A notre connaissance, cette situation est assez peu exploitée dans la littérature. Elle peut être interprétée comme le paiement à l'entrée du réseau d'un prix plus élevé pour les non-membres que pour les agents déjà membres du réseau, auquel cas, il serait coûteux de sortir du réseau, pour peut-être y revenir, à cause de la perte du différentiel des tarifs[14].

On introduit un coût de retour à la situation initiale c (*switching cost*) avec $c > 0$. On a les modifications suivantes des gains :

- Gains de première période :

i \ j	0	1
0	$0, 0$	$0, \theta_j - p$
1	$\theta_i - p, 0$	$2\theta - p$

- Gains de deuxième période :
  – suite à $(d_i, d_j) = (1, 0)$

i \ j	0	1
0	$-c, 0$	$-c, \theta_j - p$
1	$\theta_i - p, 0$	$2\theta - p$

  – suite à $(d_i, d_j) = (1, 1)$

i \ j	0	1
0	$-c, -c$	$-c, \theta_j - p$
1	$\theta_i - p, -c$	$2\theta - p$

  – suite à $(d_i^1, d_j^1) = (0, 0)$, on retrouve les gains de première période.

On ne va pas chercher à décrire tous les équilibres de ce jeu. Il existe dans le jeu avec coût infini des équilibres avec raccord ou non-raccord des joueurs de type $\tilde{\theta}$; on observe également dans le jeu à coût nul l'existence de ces deux catégories d'équilibres. Le graphe de la correspondance E des équilibres de Nash est fermé et lorsque le paramètre c varie, il n'y a pas de réduction de l'ensemble des équilibres en passant à la limite. Cependant, la correspondance E n'est pas nécessairement

[14] Par exemple, le prix du raccordement à un réseau de télécommunications est en général plus élevé que l'abonnement à acquitter une fois raccordé.

continue et il peut y avoir des équilibres supplémentaires, par exemple aux valeurs limites de c ($c = 0$ ou c infini) par rapport à l'ensemble d'équilibres pour une valeur intermédiaire de c. Il est donc nécessaire d'examiner en dehors du coût nul ou infini le cas d'un coût intermédiaire. On admettra que cette diversité est présente dans le jeu avec coût fini. Nous allons en fait négliger l'étude des équilibres de non-raccord en première étape pour nous concentrer plutôt sur la mise en évidence des conditions soutenant les équilibres avec raccord des joueurs de type intermédiaire en première étape. L'idée est de considérer l'influence de la variation du coût de sortie du réseau sur le comportement de raccord à l'équilibre en première période et d'examiner de façon sommaire la continuité du graphe de l'équilibre. Dans un premier temps, nous nous intéresserons à un équilibre fortement crédible pour de faibles valeurs du coût (avec pour cas limite le coût nul). Puis, nous traiterons d'un équilibre soutenu pour de fortes valeurs du coût (avec pour cas limite le coût infini).

1.3.1. Equilibre de première variété : cas d'un coût de changement faible

On va s'intéresser aux conditions d'existence d'un équilibre de première variété (avec raccord des agents de type $\tilde{\theta}$ en première période) mis en évidence lorsque le retour à la situation initiale se faisait librement (coût de changement nul).

Proposition 5. (Equilibre de Première Variété)

- *Il existe un équilibre de première variété, avec présence de coûts de sortie du réseau, pour* $\tilde{\theta} \in \left(\frac{5}{9}p + \frac{c}{9}, p - c\right)$, *avec* $c < \frac{2p}{5}$.
- *L'équilibre de Nash est parfait sur l'intervalle suivant de valeurs de* $\tilde{\theta}$: $\left(\frac{2}{3}p, p - c\right)$, *avec* $c < \frac{p}{3}$.

Preuve : Voir Annexes disponibles sur demande.

Lorsque le coût de changement c tend vers 0, on retrouve les conditions de crédibilité et de non-déviation de l'équilibre de première variété dans le cas avec sortie « libre ».

1.3.2. Equilibre de raccordement : cas d'un coût de changement élevé

On va s'intéresser aux conditions d'existence de l'équilibre de raccordement défini dans la section 3, mais cette fois-ci, en considérant un coût de retour à la situation initiale qui n'est pas nécessairement infini. L'équilibre précédent permettait de faire le lien avec le cas sans coût de sortie, l'étude de cet équilibre de raccord va, pour sa part, s'attacher aux fortes valeurs du coût avec pour cas particulier le coût infini de changement.

Rappelons qu'une stratégie de raccordement diffère d'une stratégie de première variété en ce qu'elle spécifie une action différente à un joueur de type intermédiaire dans une situation où seul cet agent s'est raccordé : le raccord pour la première de ces stratégies, le non-raccord pour l'autre. La stratégie de raccordement n'était soutenue à l'équilibre que dans le cas d'une adoption irréversible.

Proposition 6. (Equilibre de Raccordement)

- *Il existe un équilibre de raccordement, avec présence de coûts de sortie du réseau, pour* $\tilde{\theta} > p - c$ *si* $c < \frac{p}{3}$, *ou bien pour* $\tilde{\theta} > \frac{2}{3}p$ *si* $c > \frac{p}{3}$.
- *L'équilibre de Nash est parfait pour les valeurs de* $\tilde{\theta} \in (p - c, P)$ *si* $c < \frac{p}{2}$*; il est toujours parfait sinon* ($\tilde{\theta} \in \left(\frac{p}{2}, p\right)$ *et* $c < \frac{p}{2}$).

Preuve : Voir Annexes disponibles sur demande.

En conclusion :

- Pour de fortes valeurs du coût ($c < \frac{p}{3}$), on retrouve le résultat de la section précédente qui traitait d'un coût infini. Il est possible que des agents de type intermédiaire (pour des valeurs assez élevées $\tilde{\theta} > \frac{2}{3}p$) se raccordent à l'équilibre en première période. Il n'y a donc pas nécessairement d'effet d'inertie.
- Cet équilibre de raccord tel qu'il a été défini plus haut n'existe qu'en présence de coût de changement (fini ou infini), la présence de coûts de changement ne réduit donc pas l'ensemble des équilibres bayésiens parfaits.

2. Hétérogénéité et dynamique

2.1. Hétérogénéité et externalité informationnelle

Nos résultats ont été obtenus pour une spécification particulière (uniforme) de la distribution des types d'agents. Nos conclusions reposent ainsi sur l'hypothèse qu'a priori, un individu a autant de chances d'être de l'un des trois types possibles, ou encore que la population d'usagers potentiels est composée à parts égales des trois types d'agents. Nous devons donc vérifier la robustesse de nos résultats qualitatifs par rapport à la composition de la population, c'est-à-dire son hétérogénéité.

Il serait en particulier intéressant de savoir si la proportion d'agents réfractaires au réseau peut jouer sur le développement du réseau. Cette influence n'est en fait pas univoque dans la mesure où la décision d'accès au réseau dépend de l'externalite potentielle du nombre de raccordés (donc négativement du nombre d'agents réfractaires) mais également de l'externalité informationnelle. Or, selon la stratégie d'équilibre considérée, les agents de type réfractaire révèlent rapidement leur vraie nature ce qui accroît donc la révélation d'information. La même révélation se produit pour les agents de type enthousiaste pour certaines stratégies d'équilibre.

On se limitera ici à l'influence de l'hétérogénéité de la population sur le seul équilibre de première variété en stratégies pures. On sait, que pour une distribution uniforme, une externalité informationnelle est à l'oeuvre dans les équilibres de première variété permettant le raccord au début du jeu pour de plus faibles valeurs $\tilde{\theta}$ de par rapport à p :

$$\tilde{\theta} > \frac{5}{9} p \textit{ condition d'adoption en début de jeu répété} \tag{2}$$

$$\tilde{\theta} > \frac{3}{5} p \textit{ condition d'adoption pour le jeu simultané} \tag{3}$$

Jeu constituant
Soit la distribution discrète (non dégénérée) de forme générale sur les types des agents:

$$\underline{\pi} > 0, \tilde{\pi} > 0, \overline{\pi} > 0.$$

Il existe un équilibre de raccordement (première variété) soutenu pour certaines valeurs du type $\tilde{\theta}$. Ainsi, les types intermédiaires se raccordent à l'équilibre si et seulement si:

$$\tilde{\theta} > p\left(2(\tilde{\pi} + \overline{\pi}) + \underline{\pi}\right)^{-1} \tag{4}$$

Jeu répété
Nous passons à présent à la répétition de cette situation de choix d'accès simultané. Il s'agit de savoir si le fait de ne pas contraindre la distribution à un cas particulier peut modifier la nature des équilibres et, notamment, faire disparaître ou distordre l'externalité informationnelle qui rend dans certains cas l'accès des agents de type intermédiaire plus facile en début de jeu (cf section 6).

Cet équilibre est soutenu par un intervalle de valeurs du type intermédiaire (les agents de type intermédiaire $\tilde{\theta}$ sont les seuls à devoir réellement prendre une décision, les agents d'autres types ayant une stratégie dominante).

Condition d'équilibre
On va étudier les modifications possibles induites par l'introduction d'une distribution différente pour ce type d'équilibre de première variété[15].

---

[15] Les modifications observées pour ce type d'équilibre sont qualitativement les mêmes pour l'autre équilibre de seconde variété, le rôle des types $\overline{\theta}$ et $\underline{\theta}$ étant inversé.

On note d_i la décision de première étape du joueur *i*, $d_i \in \{0,1\}$, et $\pi_i^{d_i}$ la probabilité a posteriori du joueur *j* sur le type du joueur *i*. On a les révisions suivantes des croyances :

Suite à $d_i = 0$:

$$\underline{\pi}_i^0 = 1, \tilde{\pi}_i^0 = \overline{\pi}_i^0 = 0$$

Suite à $d_i = 1$:

$$\underline{\pi}_i^1 = 0, \tilde{\pi}_i^1 = \frac{\tilde{\pi}}{\tilde{\pi} + \overline{\pi}}, \overline{\pi}_i^1 = \frac{\overline{\pi}}{\tilde{\pi} + \overline{\pi}}.$$

Dans ce cas, on peut montrer que la condition de non déviation de la stratégie d'équilibre de première variété est[16] :

$$\tilde{\theta} > p\left(\frac{1 + \tilde{\pi} + \overline{\pi}}{\underline{\pi} + 4\tilde{\pi} + 4\overline{\pi}}\right) \tag{5}$$

Hétérogénéité et externalité informationnelle

A présent, pour évaluer l'influence du degré d'hétérogénéité sur l'externalité informationnelle , nous allons associer à l'intensité de cette externalité l'écart entre la valeur d'accès à l'équilibre du jeu répété et celle du jeu constituant. Il s'agit de comparer l'écart entre la valeur du seuil d'accès du type intermédiaire du jeu simultané et la valeur du seuil d'accès du jeu répété (à l'équilibre de première variété).

D'une part, la comparaison nous donne :

$$p\frac{1 + \tilde{\pi} + \overline{\pi}}{\underline{\pi} + 4\tilde{\pi} + 4\overline{\pi}} < p\left(2(\tilde{\pi} + \overline{\pi}) + \underline{\pi}\right)^{-1} \qquad \textit{puisque} \quad \underline{\pi} < 1 \quad (\textit{est toujours vérifiée})$$

La valeur d'accès à l'équilibre en début du jeu répété est toujours inférieure à celle du jeu constituant, l'externalité informationnelle ne disparaît donc pas, au sens où la répétition permet toujours aux agents de type intermédiaire d'accéder à l'équilibre au réseau pour une valeur-seuil (fonction du prix d'accès *p*) plus faible qu'en situation de jeu simultané, ceci quelque soit l'hétérogénéité de la population considérée.

D'autre part, considérons l'écart entre ces deux valeurs-seuil d'accès, noté *EX* et fonction des proportions des différents types de joueurs dans la population :

$$EX(\underline{\pi}, \tilde{\pi}, \overline{\pi}) = \left[2(\tilde{\pi} + \overline{\pi}) + \underline{\pi}\right]^{-1} - \frac{1 + \tilde{\pi} + \overline{\pi}}{\underline{\pi} + 4\tilde{\pi} + 4\overline{\pi}} \tag{6}$$

Si l'existence de l'externalité informationnelle ne dépend pas de la distribution (ou du degré d'hétérogénéité) choisie, l'intensité de cette externalité en dépend

[16] On retrouve bien sûr $\frac{5}{9}p$ pour le cas particulier de la distribution uniforme.

probablement. En étudiant cet écart, on va quantifier l'impact de variation d'hétérogénéité de la population sur le gain apporté par la répétition, en terme d'acquisition d'information, par rapport au jeu constituant (diminution de la valeur minimale d'accès).

Dans l'analyse de l'influence du choix de la distribution sur cet écart, nous ne disposons cependant que d'un seul degré de liberté : on ne peut qu'évaluer l'effet $\underline{\pi}$ de et en déduire l'effet de $\tilde{\pi}+\overline{\pi}=1-\underline{\pi}$. Pour ce type d'équilibre de première variété, on peut considérer que $\underline{\pi}$ représente la proportion d'individus défavorables au réseau et $\tilde{\pi}+\overline{\pi}$ la proportion d'agents favorables à l'accès au réseau. L'hétérogénéité va donc se traduire ici par un partage de la population en deux sous-populations d'intérêts opposés concernant le raccordement au réseau[17].

$$EX(\underline{\pi},\tilde{\pi},\overline{\pi})=EX(\underline{\pi})=(2-\underline{\pi})^{-1}-\frac{2-\underline{\pi}}{4-3\underline{\pi}} \tag{7}$$

Déterminons le sens de variation de l'écart par rapport à $\underline{\pi}$:

$$\frac{\partial EX}{\partial \underline{\pi}}=\frac{1}{(2-\underline{\pi})^2}-\frac{2}{(4-3\underline{\pi})^2} \quad et \quad \frac{\partial EX}{\partial \underline{\pi}}=0 \Leftrightarrow 7\underline{\pi}^2-16\underline{\pi}+8=0$$

Ce polynôme en $\underline{\pi}$ possède une seule racine réelle positive comprise entre 0 et 1 :

$$\underline{\pi}'=\frac{16-\sqrt{32}}{14}\simeq 0{,}74$$

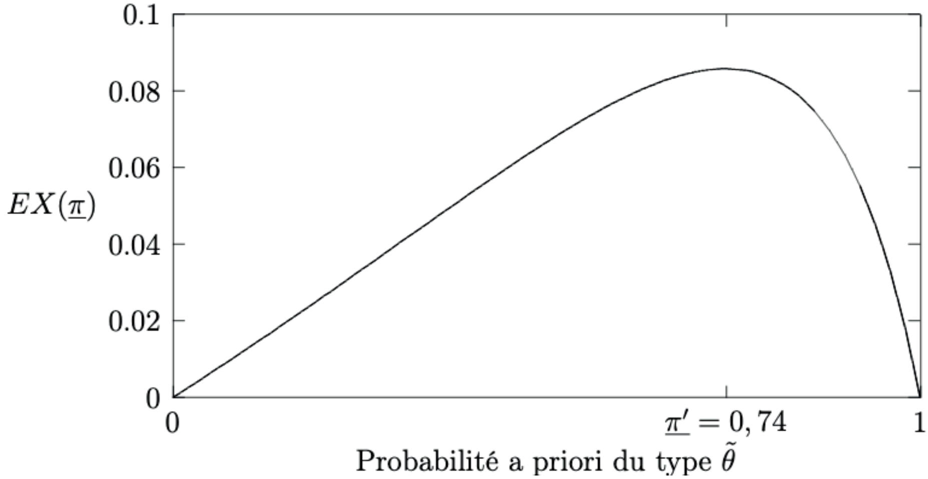
d'où le sens de variation de l'externalité :

$$\frac{\partial EX}{\partial \underline{\pi}}<0 \Leftrightarrow \underline{\pi}\in\,]\,\underline{\pi}',1\,[\,, \quad \frac{\partial EX}{\partial \underline{\pi}}>0 \Leftrightarrow \underline{\pi}\in\,]\,0,\underline{\pi}'\,[\quad et \quad \frac{\partial EX}{\partial \underline{\pi}}=0 \Leftrightarrow \underline{\pi}=\underline{\pi}'$$

Nous observons donc que la présence (en proportion) de nombreux agents réfractaires à l'accès au réseau a deux effets qui peuvent jouer en sens opposés (voir graphique 1) :

- jusqu'à un certain point, cela joue en faveur de la révélation d'information sur la valeur privée des individus pour le réseau. Cela va donc favoriser, non pas nécessairement l'accès, mais la situation des agents de type intermédiaire (qui, par exemple, ont peu de chances de se retrouver seul raccordés au réseau). Même si la proportion de type $\underline{\theta}$ est forte (jusqu'à), lorsque cette proportion augmente (entre 0 et $\underline{\pi}'$), l'externalité est de plus en plus forte, ce qui est normal puisque

[17] Pour l'étude symétrique de l'équilibre de seconde variété, on aurait ainsi considéré le découpage $\overline{\theta}$ et $(\tilde{\theta},\underline{\theta})$.



Graphique 1. Hétérogénéité et externalité informationnelle

dans les équilibres de première variété, les types $\underline{\theta}$ sont les seuls à jouer systématiquement le non-raccord (notamment en première période), les joueurs de type $\tilde{\theta}$ acquièrent ainsi rapidement l'information sur les réalisations des types des autres joueurs.

- cela diminue l'importance de l'externalité de réseau « moyenne » contenue dans le calcul d'espérance de gain et risque donc de freiner le raccordement des agents de type intermédiaire. Ainsi, lorsque la distribution est fortement disymétrique, avec une très forte proportion de type inférieur $\underline{\theta}$ ($\underline{\pi} > \underline{\pi}'$, soit plus des trois-quart des individus), l'apport en gain de la répétition est de moins en moins important lorsque la proportion d'individus $\underline{\theta}$ augmente.

2.2. Influence des agents *non-réactifs* sur l'équilibre du jeu

Nous avons vu dans la section précédente comment la composition hétérogène de la population pouvait influencer la révélation d'information. Nous revenons à présent sur l'interprétation, évoquée en introduction, en terme de rationalité limitée ou de réaction de certains types d'agents proposée par Haltiwanger et Waldman (1985, 1991) pour examiner comment l'hétérogénéité de la population d'agents peut jouer sur l'issue d'équilibre.

Notons N_0^s, N_1^s le nombre d'agents qui prennent la décision ou quand tous les agents sont sophistiqués (la proportion d'agents $\tilde{\theta}$ est $p = 1$). Notons également N_0^n, N_1^n le nombre d'agents qui prennent la décision ou quand tous les agents sont non-réactifs (la proportion d'agents $\tilde{\theta}$ est $p = 0$).

Dans notre cadre d'analyse, les agents de type $\tilde{\theta}$ sont les agents sophistiqués ou réactifs puisqu'ils prennent leur décision en anticipant le comportement des autres joueurs conditionnellement à l'information disponible sur les types de ces joueurs (croyances a priori et révision bayésienne). Les agents de type $\underline{\theta}$ et $\overline{\theta}$ sont en revanche naïfs ou non-réactifs puisqu'ils reproduisent le même type de comportement indépendamment du contexte de jeu et des externalités potentielles. Leur rationalité limitée les conduit à extrapoler toujours de la même façon, très pessimiste ou très optimiste, le développement du réseau.

Proposition 7. (Haltiwanger & Waldman, 1985, 1991) *Dans un cadre de complémentarité stratégique, les agents naïfs ont un impact disproportionné sur l'issue d'équilibre. Soit N_j le nombre d'agents qui choisissent la décision j, j = 0, 1, N_j, ressemble plus à N_j^n que ce qu'indique la distribution de la population :*

$$N_j^n \underset{\leq}{\geq} N_j^s \Rightarrow N_j \underset{\leq}{\geq} pN_j^s + (1-p)N_j^n \tag{8}$$

Les décisions des agents non-réactifs sont biaisées en défaveur (ou en faveur) du réseau. Les agents sophistiqués anticipant ce biais « compensent » en adaptant leur comportement et au final renforcent d'une certaine manière le biais en question puisqu'ils adoptent le même type de comportement. Ce résultat ne s'applique cependant pas sans précaution puisque d'une part il y a ici deux types d'agents non-réactifs de comportements opposés (alors que tous les agents naïfs agissent de concert chez Haltiwanger et Waldman), d'autre part il n'y a pas unicité de l'équilibre. Enfin, les joueurs ne connaissent pas exactement la composition de la population, ils n'ont qu'une croyance sur la distribution des types. Néanmoins, il est possible de tirer des enseignements de cette proposition dans une perspective *ex post* pour des réalisations données de population, en considérant des populations homogènes d'agents non-réactifs et en sélectionnant un équilibre particulier. Définissons N_j comme la taille du réseau à la fin du jeu.

Dans le cas d'un équilibre de première variété (voir définition section 1.1), nous avons un effet disproportionné du type $\underline{\theta}$:

Population	*Issue*
$(\tilde{\theta}, \tilde{\theta})$	$N_1^s = 2$
$(\underline{\theta}, \underline{\theta})$	$N_1^n = 0$
$(\tilde{\theta}, \underline{\theta})$	$N_1 = 0$

et on a bien $N_1^n < N_1^s \Rightarrow N_1 < \frac{1}{2}N_1^s + \frac{1}{2}N_1^n$. Ce résultat est valable pour tous les équilibres spécifiant le raccordement en début de jeu : la présence d'un agent de type

$\underline{\theta}$ donne un biais vers l'inertie (le réseau ne se développe pas). Pour les équilibres spécifiant le non-accès en première période pour les agents sophistiqués (deuxième variété par exemple, voir définition section 1.1), l'agent de type $\overline{\theta}$ entraîne l'agent de type $\tilde{\theta}$ renforçant ainsi le biais vers l'adoption. Si l'on se place *ex ante*, il est également possible de définir à partir de :

Population	*Probabilité*	*Issue*
$(\underline{\theta},\underline{\theta})$	$\frac{1}{9}$	$N_1^n = 0$
$(\overline{\theta},\overline{\theta})$	$\frac{1}{9}$	$N_1^n = 2$
$(\overline{\theta},\underline{\theta})$	$\frac{2}{9}$	$N_1^n = 1$
$(\tilde{\theta},\tilde{\theta})$	$\frac{1}{9}$	$N_1^s = 2$
$(\tilde{\theta},\underline{\theta})$	$\frac{2}{9}$	$N_1 = 0$
$(\tilde{\theta},\overline{\theta})$	$\frac{2}{9}$	$N_1 = 2$

$N_1^n = \frac{4}{9}, N_1^s = \frac{2}{9}, N_1 = \frac{10}{9}$ et on a encore $N_1^n > N_1^s \Rightarrow N_1 > pN_1^s + (1-p)N_1^n$.

Conclusion

Cette étude montre l'importance de l'impact de l'hypothèse faite sur le type de distribution des types sur l'existence et la nature des équilibres du jeu. On passe ainsi d'un seul équilibre *bandwagon*, dans le cas d'un continuum de types (le modèle de Farrell et Saloner), à une grande diversité d'équilibres lorsque le support est discret (notre modèle). L'existence dans certains cas d'un effet d'inertie n'est pas remise en cause mais sa prédominance sur d'autres réalisations d'équilibre plus favorables au développement du réseau n'est pas universelle et doit être tempérée par la sensibilité de l'ensemble des équilibres au choix d'un support discret ou continu des types. Nous conjecturons que le passage d'un support discret à un support continu s'accompagne de la création de seuils (ou d'une propriétés de monotonie des stratégies) favorisant l'émergence de stratégies *bandwagon* lorsque par ailleurs on introduit un phénomène d'hystérésis par l'engagement ferme en première étape des agents dans leur décision d'accès au réseau.

Annexes

A. Preuve de la proposition 3

A.1. Conditions de crédibilité forte en seconde étape

Les conditions de crédibilité garantissent le fait que le type intermédiaire des joueurs va bien se conformer à la composante de seconde étape de sa stratégie, quelle que soit sa décision de première étape.
a) suite à $(d_i^1, d_j^1) = (0, 0)$

$$\forall i, j = 1, 2, \quad \pi_i(\theta_j \,|\, 0, \gamma_j^{\star 1}) = \begin{cases} \dfrac{1}{2} & si \qquad \theta_j \in \{\underline{\theta}, \tilde{\theta}\} \\ 0 & sinon \end{cases}$$

Un joueur de type intermédiaire ne se raccorde pas si $\tilde{\theta} - p < 0 \Leftrightarrow \tilde{\theta} < p$, vérifié par hypothèse.
b) suite à $(d_i^1, d_j^1) = (0, 1)$

$$\pi_i(\theta_j \,|\, 1, \gamma_j^{\star 1}) = \begin{cases} 1 & si \qquad \theta_j = \overline{\theta} \\ 0 & sinon \end{cases} \qquad \pi_j(\theta_i \,|\, 0, \gamma_i^{\star 1}) = \begin{cases} \dfrac{1}{2} & si \qquad \theta_i \in \{\underline{\theta}, \tilde{\theta}\} \\ 0 & sinon \end{cases}$$

i se raccorde si $2\tilde{\theta} - p > 0 \Leftrightarrow \tilde{\theta} > \dfrac{1}{2}p$, vérifié par hypothèse; j reste raccordé par définition.
c) suite à $(d_i^1, d_j^1) = (1, 1)$

$$\forall i, j = 1, 2 \quad \pi_i(\theta_j \,|\, 1, \gamma_j^{\star 1}) = \begin{cases} 1 & si \qquad \theta_j = \overline{\theta} \\ 0 & sinon \end{cases}$$

Les deux joueurs restent raccordés par définition.

La stratégie *bandwagon* est donc toujours fortement crédible en seconde étape (pour le type $\tilde{\theta}$).

A.1.1. Analyse de déviation

Si le joueur i (de type $\tilde{\theta}$) se conforme à la stratégie $\gamma_i^{\star 1}$, il obtient un gain de première période nul. Il va atteindre les situations (0, 0) ou (0, 1) avec probabilités respectives $\dfrac{2}{3}, \dfrac{1}{3}$.

Suite à $(d_i^1, d_j^1) = (0, 0)$, l'espérance de gain de seconde étape est nulle (i ne se raccorde pas), et suite à $(d_i^1, d_j^1) = (0, 1)$, l'espérance de gain de seconde étape est $2\tilde{\theta} - p$.

D'où un gain espéré total de : $\frac{1}{3}(2\tilde{\theta} - p)$ pour le joueur i de type intermédiaire qui se conforme à la stratégie testée.

Déviation 1 – En première période, i change la seule composante de première période et se raccorde d'où un gain instantané de $\frac{2}{3}(\tilde{\theta} - p) + \frac{1}{3}(2\tilde{\theta} - p) = \frac{4}{3}\tilde{\theta} - p$

– suite à $(d_i^1, d_j^1) = (1, 0)$
  i reste raccordé, d'où un gain $\frac{1}{2}(\tilde{\theta} - p) + \frac{1}{2}(2\tilde{\theta} - p) = \frac{3}{2}\tilde{\theta} - p$.
– suite à $(d_i^1, d_j^1) = (1, 1)$
  i reste raccordé et a un gain espéré de $2\tilde{\theta} - p$ dans cette situation.

D'où un gain total : $\frac{4}{3}\tilde{\theta} - p + \frac{2}{3}\left(\frac{3}{2}\tilde{\theta} - p\right) + \frac{1}{3}(2\tilde{\theta} - p) = 3\tilde{\theta} - 2p$

$$\text{et } 3\tilde{\theta} - 2p < \frac{1}{3}(2\tilde{\theta} - p) \Leftrightarrow \tilde{\theta} < \frac{5}{7}p \textit{ Condition de non déviation}$$

Déviation 2 – En seconde période : suite à (0, 1) ou (0, 0), i change la composante de seconde période de sa stratégie.

Déviation 2.1 suite à (0, 0)

i choisit de se raccorder, dans ce cas le gain espéré de seconde période est : $\tilde{\theta} - p$ et le gain total de déviation est :

$$0 + \frac{2}{3}(\tilde{\theta} - p) + \frac{1}{3}(2\tilde{\theta} - p) \leq \frac{1}{3}(2\tilde{\theta} - p) \Leftrightarrow \tilde{\theta} < p$$

Déviation 2.2 suite à (0, 1)

i choisit de ne pas se raccorder, d'où un gain de période nul et un gain total : $0 + \frac{2}{3}(0) + \frac{1}{3}(0) = 0$.

i n'a pas intérêt à dévier si $0 < \frac{1}{3}(2\tilde{\theta} - p) \Leftrightarrow \tilde{\theta} > \frac{p}{2}$, vérifié par hypothèse.

Déviation 2.3 suite à (0, 0) et (0, 1)

– suite à (0, 1), i ne se raccorde pas d'où un gain nul et suite à (0, 0), i se raccorde, d'où un gain $\tilde{\theta} - p$.

Gain total : $0 + \frac{2}{3}(\tilde{\theta} - p) + \frac{1}{3}(0)$

et $2/3\ (\tilde{\theta} - p) < \frac{1}{3}(2\tilde{\theta} - p) \Leftrightarrow p > 0$, vérifié par hypothèse.

Déviation 3 – Le joueur i change les composantes de première et de seconde étape de sa stratégie.

– A la première période, i se raccorde d'où un gain de $\frac{4}{3}\tilde{\theta} - p$;

– En deuxième étape :
Suite à (1, 0), i reste raccordé par définition, d'où un gain $\frac{2}{3}\tilde{\theta} - p$.
Suite à (1, 1), i reste raccordé par définition, d'où un gain $2\tilde{\theta} - p$.
Gain total : $\frac{4}{3}\tilde{\theta} - p + \frac{2}{3}\left(\frac{3}{2}\tilde{\theta} - p\right) + \frac{1}{3}(2\tilde{\theta} - p)$ et il n'y a pas déviation si $\tilde{\theta} < \frac{5}{7}p$.
Conclusion : Pour que le couple de stratégies soit un équilibre de Nash, il faut et il suffit que $\tilde{\theta} \in \left(\frac{1}{2}p, \frac{5}{7}p\right)$.

B. Preuve de la proposition 4

B.1. Analyse de déviation

Si le joueur i (de type $\tilde{\theta}$) se conforme à cette stratégie γ_i^{*1}, il obtient un gain de première période $\frac{5}{3}\tilde{\theta} - p$. Il va atteindre les situations (1, 0) ou (1, 1) avec probabilités respectives $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}$.

suite à $(d_i^1, d_j^1) = (1, 0)$, l'espérance de gain de seconde étape est $\tilde{\theta} - p$, et suite à $(d_i^1, d_j^1) = (1, 1)$, l'espérance de gain de seconde étape est $2\tilde{\theta} - p$.
On a donc un gain total de $\frac{5}{3}\tilde{\theta} - p + \frac{1}{3}(\tilde{\theta} - p) + \frac{2}{3}(2\tilde{\theta} - p)$ pour le joueur i qui se conforme à la stratégie testée.
Déviation 1 – En première période (i change la seule composante de première étape) :

i ne se raccorde pas, d'où un gain nul en première période.
Le joueur 1 atteint les histoires (0, 0) ou (0, 1) :
– suite à $(d_i^1, d_j^1) = (0, 0)$

$$\pi_i(\theta_j \vee 0, \gamma_j^{*1}) = 1 \; si \; \theta_j = \underline{\theta}$$

Le joueur i ne se raccorde pas, d'où un gain nul de deuxième période.
– suite à $(d_i^1, d_j^1) = (0, 1)$

$$\pi_i(\theta_j \mid 1, \gamma_j^{*1}) = \begin{cases} \frac{1}{2} & si \qquad \theta_i \in \{\underline{\theta}, \tilde{\theta}\} \\ 0 & sinon \end{cases}$$

Le joueur i se raccorde, d'où un gain de continuation $2\tilde{\theta} - p$.

L'espérance de gain total est $0 + \frac{1}{3}(0) + \frac{2}{3}(2\tilde{\theta} - p)$.

Le joueur i ne dévie pas si : $\tilde{\theta} > \frac{2}{3} p condition de non\text{-}de'viation$.

Déviation 2 – En deuxième période (déviations dans une seule continuation ou les deux)

Si un joueur s'est raccordé en première période, il n'a pas la possibilité de sortir du réseau en deuxième étape. Il n'y a donc pas de déviation en seule seconde période.

Déviation 3 – Le joueur i change les composantes de première et seconde étapes de sa stratégie

- à la première étape, il ne se raccorde pas d'où un gain nul;
- à la seconde étape, il peut atteindre les situations (0, 1) ou (0, 0).

Déviation 3.1 suite à (0, 1) = (d_i^1, d_j^1)

i ne se raccorde pas et obtient un gain nul en seconde période. d'où un gain total de déviation de $0 + \frac{1}{3}(0) + \frac{2}{3}(0)$.

Il n'y a pas déviation si $\tilde{\theta} > \frac{3}{5}p$.

Déviation 3.2 suite à (0, 0) = (d_i^1, d_j^1)

i se raccorde et obtient un gain de $\tilde{\theta} - p$ d'où un gain espéré total de :

$$0 + \frac{1}{3}(\tilde{\theta} - p) + \frac{2}{3}(2\tilde{\theta} - p)$$

et il n'y a pas déviation si $\tilde{\theta} > \frac{3}{5}p$.

Déviation 3.3 suite à (0, 0) et (0, 1)

Le gain espéré total est $0 + \frac{1}{3}(\tilde{\theta} - p) + \frac{2}{3}(0)$.

Il n'y a pas déviation si $\tilde{\theta} > \frac{5}{9}p$.

Conclusion : Pour que le couple de stratégies soit un équilibre de Nash, il faut et il suffit que $\tilde{\theta} \in \left(\frac{2}{3}p, p\right)$.

C. Preuve de la proposition 5

C.1. Conditions de crédibilité forte en seconde étape

a) suite à $(d_i^1, d_j^1) = (1, 0)$

$$\pi_i(\theta_j \,|\, 0, \gamma_j^{*1}) = \begin{cases} 1 & si \quad \theta_j = \underline{\theta} \\ 0 & sinon \end{cases} \text{ et } \pi_j(\theta_i \,|\, 1, \gamma_i^{*1}) = \begin{cases} \frac{1}{2} & si \quad \theta_i \in \{\underline{\theta}, \tilde{\theta}\} \\ 0 & sinon \end{cases}$$

Le type intermédiaire du joueur i ne se raccorde pas si $\tilde{\theta} < p - c$. Le type intermédiaire du joueur j se raccorde si $\frac{1}{2}(2\tilde{\theta} - p) + \frac{1}{2}(\tilde{\theta} - p) > 0 \Leftrightarrow \tilde{\theta} > \frac{2}{3}p$, qui est la condition de crédibilité forte.
b) suite à $(d_i^1, d_j^1) = (1, 1)$:

$$\pi_i(\theta_j \mid 1, \gamma_j^{*1}) = \begin{cases} \frac{1}{2} & si \quad \theta_j \in \{\underline{\theta}, \tilde{\theta}\} \\ 0 & sinon \end{cases}$$

Un joueur de type intermédiaire se raccorde si $2\tilde{\theta} - p > -c \Leftrightarrow \tilde{\theta} > \frac{p-c}{2}$.
c) suite à $(d_i^1, d_j^1) = (0, 0)$

$$h, k = 1, 2, \quad \pi_h(\theta_k \mid 0, \gamma_k^{*1}) = \begin{cases} 1 & si \quad \theta_k = \underline{\theta} \\ 0 & sinon \end{cases}$$

Un joueur de type intermédiaire ne se raccorde pas si $\tilde{\theta} - p < 0$ (vérifié par hypothèse).

Conclusion : Si $c < \frac{p}{3}$, la condition de crédibilité forte s'écrit $\tilde{\theta} \in \left(\frac{2p}{3}, p-c\right)$; si $c > \frac{p}{3}$, l'équilibre n'est pas crédible en deuxième étape.

C.2. Analyse de déviation

Si le joueur i (de type $\tilde{\theta}$) se conforme à cette stratégie γ_i^{*1}, il obtient un gain de première période $\frac{5}{3}\tilde{\theta} - p$. Il va atteindre les situations (1, 0) ou (1, 1) avec probabilités respectives $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}$.

suite à $(d_i^1, d_j^1) = (1, 0)$, l'espérance de gain de seconde étape est $-c$, et suite à $(d_i^1, d_j^1) = (1, 1)$, l'espérance de gain de seconde étape est $2\tilde{\theta} - p$.

On a donc un gain total de $\frac{5}{3}\tilde{\theta} - p + \frac{1}{3}(-c) + \frac{2}{3}(2\tilde{\theta} - p)$ pour le joueur i qui se conforme à la stratégie testée.
Déviation 1 – En première période (i change la seule composante de première étape) :

i ne se raccorde pas, d'où un gain nul en première période

Le joueur 1 atteint les histoires (0, 0) ou (0, 1) :

– suite à $(d_i^1, d_j^1) = (0, 0)$

$$\pi_i(\theta_j \vee 0, \gamma_j^{*1}) = 1 \quad si \quad \theta_j = \underline{\theta}$$

Un joueur de type intermédiaire ne se raccorde pas, d'où un gain nul de deuxième période.

– suite à $(d_i^1, d_j^1) = (0, 1)$

$$\pi_i(\theta_j \,|\, 1, \gamma_j^{*1}) = \begin{cases} \frac{1}{2} & si \qquad \theta_j \in \{\underline{\theta}, \tilde{\theta}\} \\ 0 & sinon \end{cases}$$

Le joueur i se raccorde, d'où un gain de continuation $\frac{1}{2}(\tilde{\theta} - p) + \frac{1}{2}(2\tilde{\theta} - p) = \frac{3}{2}\tilde{\theta} - p$.

L'espérance de gain total est $0 + \frac{1}{3}(0) + \frac{2}{3}\left(\frac{3}{2}\tilde{\theta} - p\right)$.

Le joueur i ne dévie pas si : $\tilde{\theta} > \frac{p}{2} + \frac{c}{6}$.

Déviation 2 – En deuxième période (déviations dans une seule continuation ou les deux)

Déviation 2.1 suite à $(1, 0) = (d_i^1, d_j^1)$

$$\pi_i(\theta_j \vee 0, \gamma_j^{*1}) = 1 si \theta_j = \underline{\theta}$$

Le joueur i choisit de se raccorder, or le joueur j qui est de type $\underline{\theta}$ ne se raccorde pas, d'où un gain espéré de $\tilde{\theta} - p$ pour cette période.

Le gain total est $\frac{5}{3}\tilde{\theta} - p + \frac{1}{3}(\tilde{\theta} - p) + \frac{2}{3}(2\tilde{\theta} - p)$.

La déviation n'est pas intéressante si $\underline{\theta} < p - c$.

Déviation 2.2 suite à $(1, 1) = (d_i^1, d_j^1)$

Le joueur i choisit de ne pas se raccorder d'où un gain de seconde période $-c$.

D'où un gain total de $\frac{5}{3}\tilde{\theta} - p + \frac{2}{3}(-c) + \frac{1}{3}(-c)$. Il n'y a pas déviation si $\tilde{\theta} > \frac{p-c}{2}$, vérifié par hypothèse puisque $\tilde{\theta} > \frac{p}{2}$.

Déviation 2.3 suite à (1, 0) et (1, 1)

suite à (1, 0), le joueur i se raccorde (j ne se raccorde pas) et suite à (1, 1) i ne se raccorde pas.

D'où un gain espéré total de déviation de :

$$\frac{5}{3}\tilde{\theta} - p + \frac{1}{3}(\tilde{\theta} - p) + \frac{2}{3}(-c)$$

La déviation n'est pas profitable puisque $\tilde{\theta} > \frac{p-c}{3}$ est toujours vérifié.

Déviation 3 – Le joueur i change les composantes de première et seconde étapes de sa stratégie

– à la première étape, il ne se raccorde pas d'où un gain nul;

– à la seconde étape, il peut atteindre les situations (0, 1) ou (0, 0).

Déviation 3.1 suite à $(0, 1) = (d_i^1, d_j^1)$

i ne se raccorde pas et obtient un gain nul en seconde période, d'où un gain total de déviation de $0 + \frac{1}{3}(0) + \frac{2}{3}(0) = 0$.

Il n'y a pas déviation si $\tilde{\theta} > \frac{5}{9}p + \frac{c}{9}$.

Déviation 3.2 suite à $(0, 0) = (d_i^1, d_j^1)$

i se raccorde et obtient un gain de $\tilde{\theta} - p$ d'où un gain espéré total de :

$$0 + \frac{1}{3}(\tilde{\theta} - p) + \frac{2}{3}\left(\frac{3}{2}\tilde{\theta} - p\right)$$

Le joueur i ne dévie pas si $\tilde{\theta} > \frac{p}{3} + \frac{c}{6}$.

Déviation 3.3 suite à (0, 0) et (0, 1)

Le gain espéré total est $0 + \frac{1}{3}(\tilde{\theta} - p) + \frac{2}{3}(0)$.

Le joueur i ne dévie pas si $\tilde{\theta} > \frac{p}{2} + \frac{c}{8}$.

Conclusion : Il faut que $c < \frac{p}{2}$ pour que $p - c > \frac{p}{2}$ et que la déviation ne soit pas toujours profitable (voir déviation Déviation 2.1). Dans ce cas, la condition la plus contraignante sur la borne inférieure des valeurs de $\tilde{\theta}$ est $\tilde{\theta} > \frac{5}{9}p + \frac{c}{9}$.

Pour que le couple de stratégies soit un équilibre de Nash, il faut et il suffit que $\tilde{\theta} \in \left(\frac{5}{9}p + \frac{c}{9}, p - c\right)$, avec $\frac{5}{9}p + \frac{c}{9} < p - c \Leftrightarrow c < \frac{2}{5}p$.

D. Preuve de la proposition 6

D.1. Conditions de crédibilité forte en seconde étape

a) suite à $(d_i^1, d_j^1) = (1, 0)$

$$\pi_i(\theta_j \mid 0, \gamma_j^{*1}) = \begin{cases} 1 & si \quad \theta_j = \underline{\theta} \\ 0 & sinon \end{cases} \quad \text{et} \quad \pi_j(\theta_i \mid 1, \gamma_i^{*1}) = \begin{cases} \frac{1}{2} & si \quad \theta_i \in \{\tilde{\theta}, \overline{\theta}\} \\ 0 & sinon \end{cases}$$

Le joueur i reste raccordé si $\tilde{\theta} > p - c$. Le type intermédiaire du joueur j se raccorde si $2\tilde{\theta} - p > 0 \Leftrightarrow \tilde{\theta} > \frac{1}{2}p$, vérifié par hypothèse.

b) suite à $(d_i^1, d_j^1) = (1, 1)$:

Un joueur de type intermédiaire se raccorde si $\tilde{\theta} > \frac{p - c}{2}$, vérifié par hypothèse.

c) suite à $(d_i^1, d_j^1) = (0, 0)$

$$h,k = 1, 2, \quad \pi_h(\theta_k \mid 0, \gamma_k^{*1}) = \begin{cases} 1 & si \qquad \theta_k = \underline{\theta} \\ 0 & sinon \end{cases}$$

Un joueur de type intermédiaire ne se raccorde pas si $\tilde{\theta} - p < 0$ (vérifié par hypothèse).

Conclusion : la condition de crédibilité forte est $\tilde{\theta} \in (p - c, p)$ si $c < \frac{p}{2}$ ($\left(\frac{p}{2}, p\right)$ sinon).

D.2. Deviation analysis

Si le joueur i (de type $\tilde{\theta}$) se conforme à cette stratégie γ_i^{*1}, il obtient un gain de première période $\frac{5}{3}\tilde{\theta} - p$. Il va atteindre les situations (1, 0) ou (1, 1) avec probabilités respectives $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}$.

suite à $(d_i^1, d_j^1) = (1, 0)$, l'espérance de gain de seconde étape est $\tilde{\theta} - p$, et suite à $(d_i^1, d_j^1) = (1, 1)$, l'espérance de gain de seconde étape est $2\tilde{\theta} - p$.

On a donc un gain total de $\frac{5}{3}\tilde{\theta} - p + \frac{1}{3}(\tilde{\theta} - p) + \frac{2}{3}(2\tilde{\theta} - p)$ pour le joueur i qui se conforme à la stratégie testée.

Déviation 1 – En première période (i change la seule composante de première étape) :

i ne se raccorde pas, d'où un gain nul en première période

Le joueur 1 atteint les histoires (0, 0) ou (0, 1) :

– suite à $(d_i^1, d_j^1) = (0, 0)$

$$\pi_i(\theta_j \vee 0, \gamma_j^{*1}) = 1 \quad si \quad \theta_j = \underline{\theta}$$

Seul un joueur de type haut se raccorde, d'où un gain nul de deuxième période.

– suite à $(d_i^1, d_j^1) = (0, 1)$

$$\pi_i(\theta_j \mid 1, \gamma_j^{*1}) = \begin{cases} \frac{1}{2} & si \qquad \theta_j \in \{\tilde{\theta}, \overline{\theta}\} \\ 0 & sinon \end{cases}$$

Le joueur i se raccorde, d'où un gain de continuation $2\tilde{\theta} - p$.

L'espérance de gain total est $0 + \frac{1}{3}(0) + \frac{2}{3}(2\tilde{\theta} - p)$.

Le joueur i ne dévie pas si : $\tilde{\theta} > \frac{2}{3}p$.

Déviation 2 – En deuxième période (déviations dans une seule continuation ou les deux)

Déviation 2.1 suite à (1, 0) = (d_i^1, d_j^1)

$$\pi_i(\theta_j \vee 0, \gamma_j^{*1}) = 1 si \theta_j = \underline{\theta}$$

Le joueur i choisit de ne pas se raccorder d'où un gain espéré $-c$ pour cette période.

Le gain total est $\frac{5}{3}\tilde{\theta} - p + \frac{1}{3}(-c) + \frac{2}{3}(2\tilde{\theta} - p)$.

La déviation n'est pas intéressante si $\tilde{\theta} > p - c$.

Déviation 2.2 suite à (1, 1) = (d_i^1, d_j^1)

Le joueur i choisit de ne pas se raccorder d'où un gain de seconde période $-c$.

D'où un gain total de $\frac{5}{3}\tilde{\theta} - p + \frac{1}{3}(-c) + \frac{1}{3}(2\tilde{\theta} - p)$.

Il n'y a pas déviation si $\tilde{\theta} > \frac{p-c}{2}$, vérifié par hypothèse puisque $\tilde{\theta} > \frac{p}{2}$.

Déviation 2.3 suite à (1, 0) et (1, 1)

suite à (1, 0), le joueur i ne se raccorde pas et suite à (1, 1) i ne se raccorde pas.

D'où un gain espéré total de déviation de :

$$\frac{5}{3}\tilde{\theta} - p + \frac{1}{3}(-c) + \frac{2}{3}(-c)$$

La déviation n'est pas profitable si $\tilde{\theta} > \frac{3}{5}(p-c)$.

Déviation 3 – Le joueur i change les composantes de première et seconde étapes de sa stratégie

- à la première étape, il ne se raccorde pas d'où un gain nul;
- à la seconde étape, il peut atteindre les situations (0, 1) ou (0, 0).

Déviation 3.1 suite à (0, 1) = (d_i^1, d_j^1)

i ne se raccorde pas et obtient un gain nul en seconde période, d'où un gain total de déviation de $0 + \frac{1}{3}(0) + \frac{2}{3}(0) = 0$.

Il n'y a pas déviation si $\tilde{\theta} > \frac{3}{5}p$.

Déviation 3.2 suite à (0, 0) = (d_i^1, d_j^1)

i se raccorde et obtient un gain de $\tilde{\theta} - p$ d'où un gain espéré total de :

$$0 + \frac{1}{3}(\tilde{\theta} - p) + \frac{2}{3}(2\tilde{\theta} - p)$$

Le joueur i ne dévie pas si $\tilde{\theta} > \frac{3}{5}p$.

Déviation 3.3 suite à (0, 0) et (0, 1)

Le gain espéré total est $0 + \frac{1}{3}(\tilde{\theta} - p) + \frac{2}{3}(0)$.

Le joueur i ne dévie pas si $\tilde{\theta} > \frac{5}{9}p$.

Conclusion : Si $c < \frac{p}{3}$, la condition la plus contraignante sur la borne inférieure des valeurs de $\tilde{\theta}$ est $\tilde{\theta} > p - c$; si $c < \frac{p}{3}$, la condition la plus contraignante sur la borne inférieure des valeurs de $\tilde{\theta}$ est $\tilde{\theta} > \frac{2}{3}p$.

References

Choi, J. (1997, autumn). Herd behavior, penguin effect and the suppression of informational diffusion: An analysis of informational externalities and payoff interdependency. *Rand Journal of Economics*, *28*(3), 407-425.

David, P. A. (1985). Clio and the economics of QWERTY. *American Economic Review*, *75*(2), 332-337.

Dybvig, P., & Spatt, C. (1983). Adoption externalities as public goods. *Journal of Public Economics*, *20*, 231-247.

Farrell, J., & Saloner, G. (1985, spring). Standardization, compatibility, and innovation. *Rand Journal of Economics*, *16*(1), 70-83.

Farrell, J., & Saloner, G. (1986). Installed base and compatibility: Innovation, product preannouncements, and predation. *American Economic Review*, *76*(5), 940-955.

Gale, D. (1995). Dynamic coordination games. *Economic Theory*, *5*, 1-18.

Haltiwanger, J., & Waldman, M. (1985). Rational expectations and the limits of rationality: An analysis of heterogeneity. *American Economic Review*, *75*(3), 326-340.

Haltiwanger, J., & Waldman, M. (1991). Responders versus non-responders: A new perspective on heterogeneity. *The Economic Journal*, *101*, 1085-1102.

Liebowitz, S. J., & Margolis, S. E. (1990). The fable of the keys. *Journal of Law and Economics*, *33*(1), 1-26.

Liebowitz, S. J., & Margolis, S. E. (1994). Network externality: An uncommon tragedy. *Journal of Economic Perspectives*, *8*(2), 133-150.

Lopatka, J. E., & Page, W. H. (1995, summer). Microsoft, monopolization, and network externalities: Some uses and abuses of economic theory in antitrust decision making. *The Antitrust Bulletin*, 317-370.

Malin, E. (2017). *Endogenous timing and intensity of inertia in a bandwagon equilibrium*. (Working Paper CREM, No. 2017-18).

Rohlfs, J. (2001). *Bandwagon effects in high-technology industries*. Cambridge, MA: MIT Press.

Shapiro, C., & Varian, H. (1998). *Information rules: A strategic guide to the network economy*. Brighton, MA: Harvard Business Press.