

Witold Jurek

Uniwersytet Ekonomiczny w Poznaniu, Wydział Informatyki i Gospodarki
Elektronicznej, Katedra Ekonometrii
witold.jurek@ue.poznan.pl

O MATEMATYCZNYM PODEJŚCIU DO PROBLEMÓW EKONOMICZNYCH¹

Streszczenie: Artykuł jest podzielony na trzy części traktujące: o (1) miejscu nauk ekonomicznych wśród nauk w ogóle, (2) poglądach wybranych ekonomistów polskich na matematyzację ekonomii, (3) zmatematyzowanym postępowaniu naukowym w ekonomii dzisiaj, o odstępstwach od tego postępowania i potencjalnych konsekwencjach tych odstępstw².

Po dwóch częściach o charakterze przeglądowym, w trzeciej podany jest bardzo ogólny schemat matematycznego podejścia do problemów ekonomicznych i odstępstwa od tego schematu sprowadzające się do dwóch grup problemów: matematyzacji problemów ekonomicznych, które tego nie wymagają; przejmowania przez ekonomię schematów postępowania właściwego innym naukom, w tym biernego stosowania istniejących algorytmów i programów komputerowych. W artykule omówiono też wybrane konsekwencje tych odstępstw dla wyników naukowych.

Słowa kluczowe: ekonomia matematyczna, metodologia, matematyzacja ekonomii.

Klasyfikacja JEL: C02, C18.

¹ Artykuł zawiera główne myśli wykładu wygłoszonego w dniu 27.02.2013 w ramach obchodów V Dni Uniwersytetu Ekonomicznego w Poznaniu pt. "Sztuka matematycznego myślenia w ekonomii".

² Rozważania w punkcie pierwszym opierają się na artykule Z. Czerwińskiego [2002]. Rozważania w punkcie drugim biorą za punkt odniesienia artykuł M. Bochenka [2012]. Rozważania zawarte w punkcie trzecim to wynik doświadczeń autora jako promotora i recenzenta rozpraw naukowych, również awansowych.

Każdą część artykułu poprzedza myśl będąca swoistym podsumowaniem rozważań zawartych w tej części.

*Matematyka jest alfabetem,
za pomocą którego Bóg opisał wszechświat*
Galileusz

1. Nauki ekonomiczne wśród nauk

W artykule zawarte są wybrane uwagi na temat podejścia ilościowego w ekonomii, w nawiązaniu w szczególności do ekonometrii. Nie zaryzykuje się chyba wiele, twierdząc, że w znacznej mierze odnoszą się one do całej ekonomii, a nie tylko do jej ilościowego odłamu, jakim jest ekonometria. Ekonometria rozumiana jest szeroko, jako zastosowanie metod matematycznych do analizy zjawisk ekonomicznych. W wąskim rozumieniu tego terminu chodzi o zastosowanie metod statystyki matematycznej do analizy zjawisk ekonomicznych. To pierwsze, szerokie rozumienie ekonometrii jest charakterystyczne dla Polski, to drugie, wąskie – dla zagranicznych, w szczególności zachodnich ośrodków naukowych.

Na początek warto zaznaczyć, że zastosowanie metod matematycznych w ekonomii może sugerować swego rodzaju próbę „pogodzenia wody z ogniem”, wszak zdecydowana większość wniosków, jakich – w różnej formie – dostarcza matematyka to wnioski ogólne (uniwersalne), trwałe, zaś wnioski dostarczane przez ekonometrię (również ekonomię) są szczegółowe, ograniczone do czasu oraz przestrzeni i wskutek tego nietrwałe.

W klasycznym postępowaniu naukowym (może poza matematyką oraz logiką) można (według Z. Czerwińskiego) wyodrębnić następujące etapy:

- „opis faktów,
- uogólnienia (stwierdzenia prawidłowości) pierwszego rzędu,
- stawianie i sprawdzanie hipotez wyjaśniających uogólnienia pierwszego rzędu lub pojedyncze fakty,
- budowanie i sprawdzanie teorii (tzn. układów hipotez wyjaśniających obszerniejsze dziedziny faktów),
- formułowanie reguł działania (prowadzących skutecznie do określonego celu ze względu na poznane prawidłowości) lub formułowanie ocen dotyczących skuteczności określonych działań ze względu na dany cel” [Czerwiński 2002, s. 443].

Jak się wydaje, wymienione etapy postępowania naukowego dobrze charakteryzują nauki przyrodnicze. Postępowanie ekonometryczne (ekonomiczne) z trudem mieści się w tym schemacie.

Jak wspomniano, ekonometrykom, ale również ekonomistom, nie udało się do tej pory sformułować prawidłowości uniwersalnych, niebanalnych, niezależnych od miejsca i czasu oraz sprawdzających się z jakąś „akceptowalną empirycznie” dokładnością. W najlepszym przypadku w ekonometrii mówimy o takim lub innym modelu systemu ekonomicznego, określonego co do miejsca i czasu (w ekonomii,

o takiej lub innej gospodarce), a nie o gospodarce, jej sektorach, subsektorach czy o pewnych zjawiskach ekonomicznych w ogóle.

Efektom pracy ekonometryka jest model jakiegoś obiektu ekonomicznego. Gregory Chow pisze w *Ekonometrii* [1995], że „budowanie modelu ekonometrycznego jest sztuką, tak jak sztuką jest zaprojektowanie budynku”. I dodaje, że „dwóch dobrych architektów przedstawia zwykle dwa różne projekty budynku odpowiadające z góry określonym warunkom. Obydwa projekty mogą w równym stopniu osiągnąć założony cel. Tak samo nieprawdopodobne jest, by dwóch ekonometryków przedstawiło dwa identyczne modele zbudowane w tym samym celu” [Chow 1995, s. 15].

Na marginesie, ta cecha ekonometrii, ale i ekonomii, jest, jak sądzę, jedną z przyczyn tego, że w księgarniach anglojęzycznych ksiązek z ekonometrii, z ekonomii, szukamy w dziale *art* a nie w dziale *science*.

Jest oczywiste, że takie rozumienie modelu ekonometrycznego, jakie reprezentuje G. Chow, nie ma wiele wspólnego z uniwersalizmem badań naukowych. Przeciwnie, niejako sankcjonuje różnorodność podejścia do analizy danego zjawiska ekonomicznego, „lokalność” modeli ekonometrycznych (w sensie miejsca, czasu, podejścia ekonometryka). Można powiedzieć, że w różnorodności modeli G. Chow upatruje pewną wartość ekonometrii. Różnorodność jest przecież wartością sztuki, a skoro budowa modeli jest sztuką, to...

Dodać warto, że brak uniwersalizmu modeli ekonometrycznych jest niejako „ukryty” w samym postępowaniu ekonometrycznym, np. w procedurach doboru zmiennych (objaśniających do modeli, instrumentalnych przy szacunkach parametrów modeli), w składniku losowym („usprawiedliwiającym” odchylenia wartości teoretycznych od wartości empirycznych zmiennej objaśnianej), w niejednoznaczności metod analizy, np. szeregów czasowych itd. Nie zaryzykuje się chyba wiele, twierdząc, że opinię G. Chowa o badaniach ekonometrycznych można w znacznej mierze rozciągnąć na badania ekonomiczne w ogóle.

Jak wspomniałem, uniwersalizm charakteryzuje nauki przyrodnicze. Nasuwa się pytanie, czy nauki ekonomiczne znajdują się w jakiejś „przejściowej” fazie rozwoju na drodze do uniwersalizmu, czy też badania ekonomiczne są całkowicie odmienne od badań prowadzonych w naukach przyrodniczych ze względu, między innymi, na: złożoność badanych zjawisk ekonomicznych, fakt, że człowiek jest jednocześnie podmiotem i przedmiotem badania, niemożność eksperymentowania (jak np. w naukach przyrodniczych), tj. obserwacji zjawisk w sztucznych warunkach, stochastyczny charakter zjawisk.

Jeżeli obecny stan nauk ekonomicznych traktować jako przejściową fazę rozwoju tych nauk, to – być może – można znaleźć argumenty za jednością nauki.

Wielu naukowców zasadniczej przyczyny różnic pomiędzy naukami przyrodniczymi a naukami ekonomicznymi upatruje w jednej z wymienionych przyczyn, a mianowicie w różnicach pomiędzy obiektami poddanymi badaniu. W naukach ekonomicznych badane są obiekty „z pamięcią”. Człowiek jest jednocześnie

„wewnątrz” i „na zewnątrz” badanego obiektu, podczas gdy w naukach przyrodniczych człowiek jest niejako „na zewnątrz” badanego obiektu, który „pamięci nie ma”.

Jeżeli przedmiot badań nauk ekonomicznych jest tak bardzo różny od przedmiotu badań nauk przyrodniczych, to – być może – nauki ekonomiczne (a i pewnie nauki społeczne) należy traktować odmiennie od nauk przyrodniczych, co byłoby argumentem przeciw jedności nauk.

Na koniec tej części artykułu warto zadać jeszcze jedno pytanie. Skoro badania ekonomiczne (w tym ekonometryczne) są tak mało uniwersalne, to czy ma sens praktyczne stosowanie wyników uzyskanych dzięki tym badaniom? Sądzę, że tak, przynajmniej z dwóch powodów.

1. Nie uzasadniając tego jakoś szczególnie, badania ekonomiczne są potrzebne, bo człowiek musi analizować układy gospodarcze, musi prognozować, by mieć podstawy do podejmowania decyzji.
2. Modele „lokalne”, modele na niskim poziomie uogólnienia, mało uniwersalne, mogą być w tym względzie bardzo przydatne praktycznie.

*W każdej wiedzy jest tyle prawdy,
ile w niej matematyki*
Immanuel Kant

2. Polscy ekonomiści a matematyzacja ekonomii³

Zwróć uwagę na poglądy kilku zwolenników i kilku przeciwników matematyzacji (formalizacji) ekonomii po to, by stwierdzić, że ich argumenty, wyrażone wiele lat temu, bynajmniej się nie zestarzały.

Pierwszym, który zwrócił uwagę na zastosowanie podejścia formalnego, języka matematyki do ekonomii był Józef Maria Hoene-Wroński, który w rozprawie wydanej w 1848 roku w języku francuskim, a następnie w 1922 roku w języku polskim, zatytułowanej *Odezwa do narodów cywilizowanych o zgubnym ich nieładzie rewolucyjnym jako dalszy ciąg reformy wiedzy ludzkiej* [Hoene-Wroński 1922] zauważył niezbyt odkrywczo, że zadaniem ekonomii jest odkrywanie praw ekonomicznych. Celnie jednak dodał, że jeśli prawa te zostaną sformułowane w języku matematyki, to mogą być wykorzystane do rozwiązywania rzeczywistych problemów. Podjął też próbę wyrażenia wielu kategorii ekonomicznych w języku matematyki.

Podobne poglądy wyrażali Zygmunt Rewkowski w *Początkach ekonomii analitycznej czyli teorii robót w ogólności* [1887] oraz Leon Winiarski w *Systemie ekonomji matematycznej* [1897], który spostrzegł, że zjawiska ekonomiczne są tak

³ Ta część wystąpienia jest przygotowana na podstawie artykułu M. Bochenka [2012].

Z konieczności poglądy wymienionych dalej ekonomistów są przedstawione w artykule w wielkim skrócie. Zainteresowanych szerszym komentarzem na ten temat odsyłam do wspomnianego artykułu M. Bochenka, gdzie i dyskusja jest szersza, i źródła lepiej udokumentowane.

złożone, że do ich opisu konieczna jest matematyka⁴. Dodajmy, że drugi z wymienionych autorów w artykule: *Metoda matematyczna w ekonomii politycznej* [1893] przestrzegał przed nadmiernym, pozornym, zmatematyzowaniem ekonomii.

Zdecydowany zwolennik zastosowania matematyki w ekonomii, Władysław Marian Zawadzki w *Zastosowaniu matematyki do ekonomii politycznej* [1914] argumentował, że wiele zjawisk ekonomicznych ma charakter ilościowy, a więc można je opisać w języku matematyki. Ponadto uważał, że badanie współzależności zjawisk ekonomicznych bez języka formalnego jest trudne, jeśli w ogóle możliwe.

Za zastosowaniem podejścia matematycznego do opisu i wyjaśnienia zjawisk ekonomicznych, jako formy rozumowania, opowiadał się Edward Taylor [1958]. Uważał on, że stosowanie matematyki gwarantuje ścisłość rozumowania i zapobiega błędom. Zdaniem E. Taylora, stawianie problemów ekonomicznych oraz formułowanie kategorii ekonomicznych powinno odbywać się poza matematyką, a oba podejścia formalne (matematyczne) i nieformalne (niematematyczne) są – z punktu widzenia analizy zjawisk ekonomicznych – równoważne. Przestrzegał jednakże też przed nadmierną matematyzacją rozważań ekonomicznych, która może stwarzać pozory rygorystycznych i zaawansowanych rozważań niewnoszących wiele do rozważań ekonomicznych.

Dodać warto, że za „rozsądnym” stosowaniem matematyki w ekonomii opowiadali się, między innymi, Oskar Lange (jego zdaniem, w wielu przypadkach problemy ekonomiczne można rozwiązać wyłącznie z wykorzystaniem narzędzi matematyki), Józef Rutkowski (który twierdził, że podejście matematyczne w ekonomii należy uzupełnić podejściem niematematycznym, by uwzględnić powiązania pomiędzy zjawiskami niemierzalnymi), Zbigniew Pawłowski (który ma wielkie zasługi w rozwoju ekonometrii w Polsce), Zbigniew Czerwiński.

Nie wszyscy byli zwolennikami matematyzacji ekonomii. Część ekonomistów polskich wręcz tego nie akceptowało. Wśród nich znaleźli się Konstanty Krzeczkowski [1939], stosowanie matematyki w ekonomii to żonglerka symbolami przysłaniająca prawdziwe problemy ekonomiczne), Jarosław Semkow ([1974], rozważania matematyczne to rozważania pozorne, prowadzące do dehumanizacji ekonomii), Seweryn Żurawicki ([1980], matematyka nie odegrała wielkiej roli w dociekaniach ekonomicznych; ma ona znaczenie jako technika badawcza stabilnych zjawisk gospodarczych, a nie jako sposób odkrywania prawidłowości ekonomicznych). Żurawicki twierdził też, że twórcy modeli bardziej troszczą się o poprawność ich konstrukcji formalnej, a mniej o prawdziwość założeń przyjmowanych przy konstrukcji modeli, co powoduje, że modele – stwarzając pozory rzetelności badawczej – nie pozwalają w istocie na wgląd w rzeczywiste zjawiska gospodarcze.

⁴ Dodać warto, że Z. Rewkowski może uchodzić za prekursora ekonometrii, ponieważ w cytowanej pracy przedstawił, między innymi, oszacowanie parametrów modelu ekonomicznego z wykorzystaniem narzędzi statystyki.

Podsumowując, ekonomiści, których poglądy na temat matematyzacji ekonomii zostały tu przytoczone, przestrzegali przed matematyzacją „na siłę”, stwarzającą pozory sformalizowanych rozważań. Zwracali też uwagę na konieczność przeprowadzania właściwego postępowania badawczego (np. na to, by pojęcia i problemy ekonomiczne powstawały poza matematyką) oraz na to, by założenia przyjmowane w analizowanych modelach odpowiadały rzeczywistości. Jeżeli tak nie jest, to analizowany jest pewien sztuczny problem formalny, a nie rzeczywisty problem ekonomiczny.

Nie wszystko, co ma wartość można policzyć

Nie wszystko, co policzono ma wartość.

Autor nieznany

3. Zmatematyzowane badania ekonomiczne. Stan obecny

3.1. Metody matematyczne i problemy ekonomiczne

Z grubsza rzecz biorąc, wśród podejść matematycznych stosowanych w ekonomii można wyróżnić:

- podejście matematyczne „żywcem” przeniesione do ekonomii, sugerujące rozwiązanie problemów ekonomicznych;
- podejście matematyczne powstałe dzięki ekonomii.

Do pierwszej grupy z pewnością należą losowe procesy stochastyczne, rachunek prawdopodobieństwa, stochastyczny rachunek różniczkowy, by zatrzymać się na tych kilku przykładach. Do drugiej grupy można zaliczyć zbiory rozmyte, teorię magistral czy też np. pojęcie odległości miejskiej.

Czasem to przenikanie się pojęć, problemów badawczych powoduje zadziwiająca koincydencję, np. czasową. 26 kwietnia 1973 powstała pierwsza organizacja Chicago Board of Options Exchange (CBOE) dokonująca obrotu standaryzowanymi kontraktami opcyjnymi, a „standardowy” model wyceny opcji opublikowali F. Black, M. Scholes [1973].

Oczywiście kontrakty opcyjne istniały wcześniej, ale o ile łatwiej było je wyceniać z użyciem wspomnianego modelu, gdy zostały wystandaryzowane.

3.2. Ekonomiczne postępowanie badawcze z zastosowaniem matematyki

Można wyróżnić następujące etapy klasycznego ekonomicznego postępowania badawczego z wykorzystaniem matematyki:

- sformułowanie problemu ekonomicznego w języku ekonomii,
- przełożenie problemu ekonomicznego na język matematyki,

- rozwiązanie sformułowanego problemu metodami matematycznymi,
- przełożenie rozwiązania na język ekonomiczny.

Warto podkreślić, że w zasadzie matematyka nie generuje ekonomicznych problemów badawczych. Problemy ekonomiczne powstają poza matematyką.

Jeżeli problemy ekonomiczne są dobrze postawione, to ich przełożenie na język matematyki nie nastręcza zazwyczaj większych kłopotów. Jeżeli są sformułowane nieprecyzyjnie, to takie kłopoty się pojawiają, wszak zgodnie z sentencją Henri Poincaré: „matematyka nie posiada symboli na mętne myśli”.

Większe kłopoty z przełożeniem problemu ekonomicznego na język matematyki pojawiają się czasem wtedy, gdy pewne narzędzia, powstałe do rozwiązania problemów pojawiających się na gruncie innych dyscyplin nauki, są przenoszone na grunt ekonomii. Na przykład zgodnie z prawem grawitacji w określonych warunkach dwa ciała przyciągają się z siłą wprost proporcjonalną do ich mas, a odwrotnie proporcjonalną do kwadratu odległości między nimi. Pomijając postać modelu grawitacji, która w ekonomii jest „nieco inna”, „ogólniejsza” od fizycznego prawa grawitacji, to, chcąc zastosować model grawitacji w ekonomii do opisu np. wymiany handlowej w obrębie pewnej grupy krajów, trzeba rozstrzygnąć między innymi to, co to jest masa kraju oraz odległość między krajami. W fizyce są to sprawy oczywiste. Z punktu widzenia zastosowania modelu grawitacji w ekonomii wcale tak nie jest.

Stosowanie metod matematycznych, statystycznych w ekonomii zakłada znajomość choćby podstawowych własności tych metod, zwłaszcza metod znajdujących się w różnego typu pakietach komputerowych. Po pierwsze, trzeba znać wspomniane pakiety komputerowe. (Rozwiązujący problem należy wyrazić w języku stosowanego pakietu komputerowego, co czasem jest trudne ze względu na „nieprzyjazny” użytkownikowi program). Po drugie, trzeba znać własności oprogramowanych metod. Nie wdając się w tym miejscu w szczegółową dyskusję tego problemu, do sprawy wrócimy później, należy stwierdzić, że bez znajomości stosowanych metod może np. okazać się, że za rozwiązanie problemu zostanie przyjęte jakieś rozwiązanie, które takim rozwiązaniem nie jest.

Interpretacja uzyskanych wyników wcale nie jest prosta. Weźmy na przykład zbieżność ścieżek wzrostu w teorii tzw. magistral czy – niekiedy – w wyniku standardowej analizy czynnikowej, np. głównych składowych. Jeżeli w wyniku zastosowania np. pewnego testu statystycznego nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej, to nie znaczy jeszcze, że otrzymany model ma pewne własności uniwersalne. Po pierwsze, generalnie rzecz biorąc, różne testy mogą dawać różne wyniki w odniesieniu do tego samego problemu statystycznego (ekonomicznego), a po drugie, w wielu przypadkach, gdy celem badań jest poznanie pewnego wycinka rzeczywistości gospodarczej za pomocą modelu, okazuje się, że w odniesieniu do wielu różnych modeli skonstruowanych do opisu tego samego zjawiska nie ma podstaw do odrzucenia różnych hipotez, co oznacza, że różne modele „statystycznie istotne” opisują zjawisko (analizowane w określonym czasie i miejscu, z określoną, niezbyt

dużą zazwyczaj, statystyczną precyzją). Ta „słabość”, „niekonkluzyjność” testów statystycznych jest jedną z przyczyn istnienia wielu modeli (statystycznych, ekonometrycznych) tego samego zjawiska, o czym była mowa wcześniej. Albert Einstein pisał w odniesieniu do takiego przypadku, że „żadna liczba eksperymentów nie może dowieść, że mam rację, ale jeden eksperyment może pokazać, że jej nie mam”.

Na koniec warto zwrócić uwagę na pewne podejście często charakteryzujące stosujących metody matematyczne w ekonomii, niezbyt pożądane, gdy chodzi o badania naukowe. Jeśli wyniki obliczeń zgadzają się z oczekiwaniami wykonujących obliczenia, to przyjmują je za dobrą monetę, a jeżeli nie zgadzają się z jego oczekiwaniami, to przyczyn doszukują się w zastosowanych narzędziach lub w matematyce w ogóle, twierdząc, że matematyka nie nadaje się do rozwiązywania ich problemów ekonomicznych. Rzadko analizuje np. sposób, w jaki został postawiony problem ekonomiczny, a to jest często przyczyną rozbieżności otrzymanych wyników i oczekiwań.

3.3. Odstępstwa od ekonomicznego postępowania badawczego z zastosowaniem matematyki

Zachowanie swego rodzaju równowagi między zawartością ekonomiczną i matematyczną rozważań ekonomicznych jest sprawą trudną. Wśród prac ekonomicznych wykorzystujących matematykę wyróżnić można takie, gdzie matematyka jest ornamentem dla ekonomii, i takie, gdzie ekonomia jest ornamentem dla matematyki⁵. W pierwszym przypadku matematyka jest dołączona niejako „na siłę” do rozważań ekonomicznych, w drugim przypadku ekonomia jest pretekstem do rozważań w istocie formalnych.

Oczywiście, jeżeli jakiś problem ekonomiczny można rozwiązać bez wykorzystania mniej lub bardziej zaawansowanych metod matematycznych, to należy tak zrobić. Analizowanie takiego problemu metodami matematycznymi byłoby właśnie stwarzaniem ornamentu matematycznego do rozważań ekonomicznych. I odwrotnie – dla problemu czysto matematycznego nie należy szukać „ekonomicznego usprawiedliwienia”. Opracowanie z takim usprawiedliwieniem byłoby właśnie opracowaniem z ekonomią jako ornamentem.

Gdyby badania problemów ekonomicznych z zastosowaniem matematyki przeprowadzać według schematu opisanego w poprzednim punkcie, to część sformułowanych wcześniej zastrzeżeń polskich ekonomistów straciłaby na znaczeniu.

Niestety, jak praktyka pokazuje, w badaniach ekonomicznych odstępuje się od tego schematu. Czynią to zarówno ci, dla których ekonomia jest dodatkiem do matematyki, jak i ci, dla których matematyka jest dodatkiem do analizowanych problemów ekonomicznych.

⁵ Jest to podział, który chciałbym przypisać Profesorowi Zbigniewowi Czerwińskiemu.

Pierwsza grupa osób wykazuje tendencję do poszukiwania problemów ekonomicznych, które „pasowałyby” do sposobów rozumowania zaczerpniętych z innych dyscyplin. Efektem takiego sposobu postępowania jest, w najlepszym razie, ilustracja funkcjonowania jakiejś metody czy tego, jak dane rozumowanie sprawdza się w ekonomii. Zazwyczaj nie prowadzi to do rozwiązania problemu ekonomicznego, bo na początku postępowania badawczego żadnego problemu ekonomicznego nie było.

Może kiedyś, na wzór *Księgi szkockiej* matematyków lwowskich, doczekamy rejestru nierozwiązanych problemów ekonomicznych, dla których poszukiwane są metody rozwiązania i wtedy opisywane podejście zyska na znaczeniu. W dającej się przewidzieć przyszłości czegoś takiego nie należy jednak oczekiwać.

Liczniesze są chyba błędy popełniane przez osoby, dla których matematyka jest dodatkiem do ekonomii. Te błędy sprowadzają się zazwyczaj do „dopasowywania” sformułowanego problemu ekonomicznego do istniejącej metody rozwiązania, najlepiej oprogramowanej w jakimś atrakcyjnym pakiecie komputerowym. Piszę o pakietach komputerowych, a nie o metodach, bo niekiedy czytając opis pakietu, nie wiadomo nawet, jaka metoda i jak została oprogramowana.

Opisy procedur znajdujących się w pakietach komputerowych są źle przetłumaczone na język polski. Dotyczy to również sztandarowych pakietów bardzo znanych firm komputerowych. Brak znajomości zastosowanych metod skutkuje tym, że zła terminologia przenika do prac naukowych i to nie tylko młodych osób, chociaż tych jest większość.

To „dopasowywanie” problemów ekonomicznych do oprogramowanych metod rozwiązywania polega często na przyjmowaniu założeń właściwych wykorzystanej metodzie, pakietowi komputerowemu, a nie analizowanemu problemowi ekonomicznemu. Jako przykład wymienię przyjmowanie założeń o normalności rozkładu pewnych zmiennych czy o stacjonarności szeregów czasowych, które pojawiają się w trakcie rozwiązywania problemu, gdzie z układu założeń wynika, że rozkład zmiennych czy własności szeregów czasowych są inne.

To, wbrew pozorom, nie są błahe sprawy. Konstruując układ założeń, model, konstruujemy pewien świat, który zamierzamy mniej lub bardziej formalnie przeanalizować. Zmieniając założenia np. „pod program komputerowy”, zmieniamy świat, który jest poddany analizie.

Niektórzy z zastosowaniami metod matematycznych zapędzają się tak daleko, że stosują metody matematyczne tam, gdzie ich zastosowanie jest całkowicie nieuprawnione, wręcz błędne. Chodzi mi o np. zastosowanie mniej lub bardziej wyrażonych metod statystyki matematycznej w przypadku, gdy analizowana jest populacja generalna, a nie próba statystyczna.

Uważam, że rezultatem niewłaściwego podejścia do analizy problemów ekonomicznych jest obserwowane zjawisko powoływania się w rozprawach magisterskich, ale również doktorskich, na zastosowane programy komputerowe, bez

jakiejs refleksji nad własnościami zastosowanych tam (oprogramowanych) metod. Ile razy w odpowiedzi na pytanie, w jaki sposób zostały przeprowadzone obliczenia, albo szerzej – jaką metodą został taki to a taki problem rozwiązany, słyszymy, że z wykorzystaniem takiego to a takiego programu komputerowego. Zgłębiając problem w formie następnego pytania, jaka metoda została w tym programie wykorzystana, nic na ogół nie słyszymy.

Takie argumenty uchodzą, być może, przy rozliczaniu prac zleconych. Można bowiem argumentować, że wyniki otrzymano na podstawie określonych danych źródłowych (ze wskazaniem źródła), wykonując obliczenia określonym programem komputerowym (ze wskazaniem nazwy). Jeżeli zleceniodawcy taka argumentacja wystarczy i zgodzi się zapłacić za przeprowadzone obliczenia, to zlecenie można uznać za wykonane.

Praca naukowa to jednak coś więcej niż praca zlecona. Nieznajomość zastosowanych metod, albo inaczej, znajomość ograniczona do nazwy programu komputerowego i klawisza, który należy wcisnąć, aby program uruchomić, w mojej opinii stawia pod znakiem zapytania jakość uzyskanych wyników; nie chcę powiedzieć, że dyskwalifikuje badacza.

Nie rozwodząc się szerzej nad tym problemem, chciałbym wskazać dwa niebezpieczeństwa związane z bezrefleksyjnym stosowaniem programów komputerowych.

Pierwsze niebezpieczeństwo związane jest z tym, że różne metody rozwiązania tego samego problemu mogą dawać różne wyniki, co więcej, te same metody, zależnie od sposobu zastosowania, mogą dawać różne wyniki. Posłużę się dwoma prostymi przykładami: identyfikowanie relacji kointegracyjnych metodą Engle’a-Grangera (zależnie od zapisu, relację kointegracyjną można statystycznie zidentyfikować jako istotną lub stwierdzić, że jej nie ma), doбором zmiennych objaśniających do modelu metodą krokową (zestawy dobranych zmiennych otrzymane w dwóch wariantach tej metody: w przód, w tył, są na ogół różne). Drugie niebezpieczeństwo związane jest z tym, że jako rozwiązanie problemu można przyjąć coś, co takim rozwiązaniem nie jest.

Rezultatem zastosowania większości oprogramowanych algorytmów optymalizacyjnych programowania nieliniowego jest ekstremum lokalne, a nie globalne. W znakomitej większości zastosowane algorytmy optymalizacyjne wykorzystują pierwsze bądź również drugie pochodne cząstkowe, których wartości są wyznaczane numerycznie, mniej lub bardziej dokładnie. Szczególnie w przypadku algorytmów wykorzystujących drugie pochodne proces obliczeniowy może być niestabilny w tym sensie, że co kilka / kilkanaście iteracji zmieniany jest region, gdzie poszukiwane jest ekstremum lokalne.

Analizując efekty działalności naukowej, dobrze byłoby wiedzieć, jaką wagę można przykładąć do otrzymanych wyników również ze względu na własności zastosowanych metod, np. obliczeniowych.

Zakończenie

Zastosowanie matematyki w ekonomii przyniosło dużo korzyści i było w jakimś sensie naturalne, wszak zjawiska ekonomiczne mają także charakter ilościowy. Szczególnie istotny postęp w naukach ekonomicznych odnotowano w XX wieku, w dużej mierze dzięki intensywnemu zastosowaniu matematyki.

Świadczą o tym między innymi nagrody im. Alfreda Nobla w dziedzinie ekonomii. W znakomitej większości są to nagrody za „zmatematyzowane osiągnięcia ekonomiczne”.

Wydaje się, że rozwój ekonomii będzie szedł w kierunku coraz intensywniejszej matematyzacji rozważań, pole ekonomicznego zastosowania matematyki będzie się poszerzało.

Od osób zajmujących się ekonomią będzie wymagana znajomość matematyki przynajmniej na poziomie umożliwiającym zrozumienie ekonomicznych rozważań formalnych. Pisał o tym już Edward Taylor. Zresztą już dzisiaj dla osób z awersją do matematyki pewne wyniki badań ekonomicznych otrzymanych metodami matematycznymi pozostają nieznane.

Jest absolutnie niezbędne, by badania ekonomiczne z zastosowaniem matematyki były prowadzone zgodnie z – dość oczywistym zresztą – postępowaniem badawczym. Niestety, dość często w praktyce można zaobserwować odstępstwa od tego wzorcowego postępowania. Matematyzowane są zagadnienie, których matematyzować nie trzeba, metody matematyczne są stosowane do problemów, gdzie stosować ich wręcz nie należy, problemy ekonomiczne są „naginane” do dostępnego instrumentarium matematycznego, najchętniej oprogramowanego. Do istniejącego oprogramowania dopasowywane są problemy ekonomiczne, a nie na odwrót – do problemów ekonomicznych dobierane są metody (matematyczne) ich rozwiązania.

Czyż właśnie przed tym nie ostrzegali niektórzy z ekonomistów, o których była mowa we wcześniejszych fragmentach artykułu? Można odnieść wrażenie, że mimo upływu czasu problemy z zastosowaniem matematyki w ekonomii się nie zmieniły. Zmieniła się „technologia wykroczeń przeciwko ekonomicznemu postępowaniu badawczemu”. Kiedyś było to pióro i papier, dzisiaj jest to komputer z nieznanym bliżej, a chętnie stosowanym oprogramowaniem.

Bibliografia

- F. Black F., M. Scholes, 1973, *The Pricing of Options and Corporate Liabilities*, Journal of Political Economy, May–June, s. 673–659.
- Bochenek, M., 2012, *Poglądy polskich ekonomistów na temat matematyzacji ekonomii*, w: Jurek, W. (red.), *Matematyka i informatyka na usługach ekonomii. Teoria – modele*, Zeszyt Naukowy, nr 241, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Poznaniu, Poznań, s. 9–20.

- Chow, G., 1995, *Ekonometria*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- Czerwiński, Z., 2002, *Nauka, modele ekonometryczne, prawda i prawdopodobieństwo*, w: *Moje zmagania z ekonomią*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Poznaniu, Poznań.
- Hoene-Wroński, J.M., 1922, *Odezwa do narodów cywilizowanych o zgubnym ich niela-dzie rewolucyjnym jako dalszy ciąg reformy wiedzy ludzkiej*, Księgarnia Kuncewicza i Hofmana, Warszawa (za artykułem M. Bochenka, *Poglądy polskich ekonomistów na temat matematyzacji ekonomii*).
- Krzeczkowski, K., 1939, Ś.p. Władysław Zawadzki, *Ekonomista* kw. 1, s. 3 – 8 (za artykułem M. Bochenka, *Poglądy polskich ekonomistów na temat matematyzacji ekonomii*).
- Rewkowski, Z., 1887, *Początki ekonomii analitycznej czyli teorii robót w ogólności*, Gebethner i Wolff, Warszawa (za artykułem M. Bochenka, *Poglądy polskich ekonomistów na temat matematyzacji ekonomii*).
- Semkow, J., 1974, *Spór o metodę. Teoriopoznawcze i metodologiczne aspekty ekonomii politycznej*, PWN, Warszawa (za artykułem M. Bochenka, *Poglądy polskich ekonomistów na temat matematyzacji ekonomii*).
- Taylor, E., 1958, *Historia rozwoju ekonomiki*, t. 2, *Rozprawy i monografie*, nr 1, PTE Oddział w Poznaniu – PWN, Poznań.
- Winiarski, L., 1893, *Metoda matematyczna w ekonomii politycznej*, dodatek miesięczny (ilustrowany) do czasopisma „Przegląd Tygodniowy”, półrocze I, s. 125–148 (za artykułem M. Bochenka, *Poglądy polskich ekonomistów na temat matematyzacji ekonomii*).
- Winiarski, L., 1897, *System ekonomii matematycznej*, Ateneum, t. 4, 434–464 (za artykułem M. Bochenka, *Poglądy polskich ekonomistów na temat matematyzacji ekonomii*).
- Zawadzki, W.M., 1914, *Zastosowanie matematyki do ekonomii politycznej*, nakład i druk Józef Zawadzki, Wilno (za artykułem M. Bochenka, *Poglądy polskich ekonomistów na temat matematyzacji ekonomii*).
- Żurawicki, S., 1980, *Metody i techniki badań ekonomicznych. Zagadnienia epistemologiczne i metodologiczne*, PWE, Warszawa.

ON MATHEMATICAL APPROACH TO ECONOMIC PROBLEMS

Abstract: The paper is divided into three parts devoted to the following: the place of economics among the sciences; the views of selected Polish economists on the formalization (mathematization) of economics; and the formal (mathematical) scientific procedures used in economics today along with departures from these procedure and the potential consequences of such departures.

After the first two parts of the paper, characterized as reviews, the third presents a very general scheme of the mathematical approach to economic problems as well as departures from this scheme. The problems of departures can be divided into two groups: the first being the mathematization of problems that do not need such an approach, the passive assumption of schemes appropriate for other sciences, the passive usage of various algorithms and the various computer programs used. Secondly, the paper discusses the potential consequences of such departures on the results of scientific research.

Keywords: mathematical economics, methodological issues, mathematization of economics.