

Małgorzata Doman*, Ryszard Doman**

*Uniwersytet Ekonomiczny w Poznaniu, Katedra Matematyki Stosowanej

**Uniwersytet im. Adama Mickiewicza w Poznaniu, Pracownia Ekonometrii Finansowej

Autor do korespondencji: Małgorzata Doman, malgorzata.doman@ue.poznan.pl

DYNAMIKA POWIĄZAŃ POLSKIEGO RYNKU KAPITAŁOWEGO Z RYNKAMI CZECH I WĘGIER ORAZ GŁÓWNYMI RYNKAMI ŚWIATOWYMI¹

Streszczenie: W artykule analizujemy powiązania polskiego rynku kapitałowego z rynkami kapitałowymi Czech i Węgier oraz z rynkami rozwiniętymi, reprezentowanymi przez europejski indeks DAX i amerykański indeks S&P 500. Badanie obejmuje okres po wejściu Polski do Unii Europejskiej. Główne pytania stawiane w badaniu dotyczą charakteru, dynamiki i siły zależności, a przede wszystkim tego, czy silniejsze są związki rynku polskiego z rynkami wymienionych krajów Europy Środkowo-Wschodniej, czy też na dynamikę notowań na GPW w Warszawie większy wpływ mają informacje napływające z rynków rozwiniętych. Badamy również, czy siła i dynamika tych powiązań ulegała zmianom w okresach kryzysów. Narzędziem opisu dynamiki zależności są przełącznikowe modele kopuli, a siłę zależności mierzą dynamiczne współczynniki rho Spearmana i dynamiczne współczynniki zależności w ogonach.

Słowa kluczowe: polski rynek kapitałowy, dynamika powiązań, indeksy giełdowe, kopuła, przełączanie Markowa, rho Spearmana, zależności ogonowe.

Klasyfikacja JEL: G15, G01, C32, C58.

THE DYNAMICS OF LINKAGES BETWEEN THE POLISH STOCK MARKET AND THOSE OF THE CZECH REPUBLIC AND HUNGARY AS WELL AS MAJOR WORLD MARKETS

Abstract: In the paper, we analyze linkages between the Polish stock market and the Czech and Hungarian markets after the EU accession of the corresponding countries. For com-

¹ Praca finansowana ze środków na naukę w latach 2010–2013 w ramach projektu Nr N N111 035139

parison, we examine linkages between the Polish stock market and developed markets: the European and the US market represented by the indices DAX and S&P 500, respectively. The main questions in the analysis concern the nature, dynamics and strength of the linkages. The dynamics of dependencies is modelled by means of Markov-switching copula models, and the applied measures of the strength of the linkages are dynamic Spearman's rho and tail dependence coefficients.

Keywords: Polish stock market, dynamic linkages, stock indexes, copula, Markov-switching, Spearman's rho, tail dependence.

Wstęp

W prezentowanym badaniu dokonujemy oceny powiązań polskiego rynku kapitałowego z rynkami kapitałowymi Czech i Węgier oraz z rynkami rozwiniętymi: europejskim – reprezentowanym przez indeks DAX i amerykańskim – analizowanym za pośrednictwem indeksu S&P 500. Rozważamy okres od maja 2004 r., czyli od momentu wejścia Polski, Czech i Węgier do Unii Europejskiej, do lipca 2012 r. Główne pytania stawiane w pracy dotyczą charakteru, dynamiki i siły zależności, a przede wszystkim tego, czy silniejsze są związki rynku polskiego z rynkami wymienionych krajów Europy Środkowo-Wschodniej, czy też na dynamikę notowań na GPW w Warszawie większy wpływ mają informacje napływające z rynków rozwiniętych. Kolejną rozważaną kwestią jest, czy siła i dynamika tych powiązań ulega zmianie w okresach kryzysów. Do opisu dynamiki zależności stosujemy modele przełącznikowe kopuli cechujące się znaczną elastycznością.

Węgry, Polska i Czechy zwykle postrzegane są przez inwestorów jako układ homogeniczny [Konopczak, Sieradzki i Wiernicki 2010], co sugeruje występowanie trwałych, silnych zależności pomiędzy notowaniami na giełdach tych krajów. Z drugiej strony powszechnie formułowana przez praktyków jest opinia o wyraźnym wpływie rynku amerykańskiego na notowania na GPW w Warszawie, a fakt, że Polska jest członkiem Unii Europejskiej nasuwa przypuszczenie, że również zależności z rozwiniętymi rynkami europejskimi powinny być silne. Powstaje więc naturalne pytanie, które z tych powiązań są silniejsze i stabilniejsze.

Dodatkowej motywacji do badania dostarczyła obecna sytuacja na rynkach finansowych. Począwszy od roku 2007, światowy rynek finansowy zmagą się z kolejnymi falami kryzysu, który albo objawia się przez widoczne silne wahania, albo toczy się w ukryciu pomiędzy kolejnymi wybuchami. Długi okres szoków, który zaczął się od amerykańskiego kryzysu *sub-prime* 2007–2009

i jest kontynuowany na skutek trwającego jeszcze kryzysu zadłużenia w strefie euro, daje możliwość przebadania zmian w dynamice zależności implikowanych przez dramatyczne zmiany zachodzące na rynkach finansowych.

Zastosowana w pracy metodologia wykorzystująca modele kopuli pozwala nam na opisanie „czystej” struktury zależności pozostającej po odseparowaniu zaburzeń wynikających z interakcji zależności ze zmiennością szeregów jednowymiarowych, co jest niemożliwe w przypadku korzystania z tradycyjnych miar zależności. Na przykład, obserwowane w okresie kryzysów wybuchy zmienności często skutkują wyższymi oszacowaniami siły powiązań mierzonej za pomocą współczynnika korelacji warunkowej w sytuacji, gdy korelacja bezwarunkowa pozostaje niezmienna [Forbes i Rigobon 2002]. W okresie kryzysów zwykle obserwuje się też silne efekty asymetryczne niemożliwe do wychwycenia za pomocą tradycyjnych metod pomiaru, a z łatwością opisywane za pomocą odpowiednio dobranych modeli kopuli. W szczególności, zależności pomiędzy stopami zwrotu z instrumentów finansowych są silniejsze, gdy na rynku dominują spadki, niż gdy dominują wzrosty [zob. np. Longin i Solnik 2001; Ang i Bekaert 2002]. Kopule są funkcjami, które pozwalają łączyć rozkłady brzegowe dowolnego typu w rozkłady wielowymiarowe. Dają więc możliwość opisu nawet bardzo skomplikowanej struktury zależności.

W opisanym badaniu do oceny siły zależności wykorzystujemy dwa rodzaje miar niezmienniczych względem kopuli: współczynnik rho Spearmana oraz współczynniki zależności w ogonach. Niezmienniczość względem kopuli oznacza, że zależą one tylko od kopuli łączącej warunkowe rozkłady brzegowe analizowanych stop zwrotu. Miary te są unormowane, co umożliwia porównanie siły zależności pomiędzy różnymi parami indeksów. Współczynnik korelacji Spearmana opisuje przy tym „regularną” zależność, a współczynniki zależności w ogonach – zależności pomiędzy wartościami ekstremalnymi. Mamy zatem możliwość pomiaru siły zależności pomiędzy stopami zwrotu badanych indeksów rozumianej standardowo oraz siły zależności pomiędzy zwrotami ekstremalnymi obserwowanymi w okresach „rozhuśtania” rynków w fazie ostrego kryzysu.

Na współczesnych rynkach finansowych cechujących się błyskawicznym napływem strumieni nowych informacji można spodziewać się zmian w strukturze powiązań. Do opisu tych zmian niezbędne są modele, w których rozważane są zmieniające się w czasie kopule warunkowe (zależne od dostępnego zbioru informacji). Pierwsze modele kopuli warunkowych zostały zaproponowane przez Pattona [2004, 2006] i ich dynamika opisywana była przez relacje deterministyczne. W podejściu stosowanym w prezentowanym badaniu ewolucja kopuli sterowana jest losowo w ramach modelu przełącznikowego

z przełączaniem typu Markowa z dwoma reżimami. Struktura zależności jest funkcją reżimu, w którym w danym momencie znajduje się rynek. W różnych reżimach powiązania opisane są za pomocą różnych kopuli i w związku z tym mają różne charakterystyki. Procesem przełączającym reżimy jest dwustanowy nieobserwowalny jednorodny łańcuch Markowa, którego parametry podlegają estymacji. W prezentowanym badaniu przyjmujemy, że jeden z reżimów opisuje okresy, w których nie występują zależności w ogonach rozkładów (co, intuicyjnie, odpowiada okresom uspokojenia na rynku), a drugi – okresy charakteryzujące się wyraźnymi zależnościami pomiędzy ekstremalnymi stopami zwrotu (zwykle wiąże się takie zachowanie z okresami kryzysów).

Uzyskane wyniki wskazują, że zależności pomiędzy indeksem WIG20 a indeksami S&P 500 oraz DAX są trwałe i stabilne, przy czym regularne powiązania z indeksem DAX są silniejsze, ale z indeksem S&P 500 są trwalsze. W przypadku indeksu DAX od 2007 r. nie obserwujemy zależności w ogonach, co wskazuje na odmiennność zachowań rynku polskiego w czasie kryzysów w zestawieniu z rozwiniętymi rynkami europejskimi. Można natomiast dostrzec stałe, choć raczej słabe zależności w dolnych ogonach łącznych rozkładów warunkowych dziennych stóp zmian indeksu WIG20 i stóp zmian indeksu S&P 500 z dnia poprzedniego. Jeśli chodzi o powiązania pomiędzy stopami zmian indeksu WIG20 i budapesztańskiego indeksu BUX oraz praskiego indeksu PX, to są one na ogół silne zarówno w przypadku regularnym, jak i dla zależności w dolnym ogonie, ale w dużym stopniu ich siła zmienia się pod wpływem nowych informacji. Zależności w ogonie górnym obserwujemy tylko dla pary WIG20 i BUX (silne, dynamiczne) oraz w przypadku powiązań między zwrotami indeksu WIG20 i opóźnionymi o jeden dzień zwrotami indeksu S&P 500.

1. Przełącznikowe modele kopuli

Modelowanie zależności na rynkach finansowych nastrocza wiele trudności ze względu na specyficzne własności dziennych stóp zwrotu z instrumentów finansowych: zgrupowania zmienności, ciężkie ogony rozkładów oraz różnego typu asymetrie i efekty dźwigni [Doman i Doman 2009]. Z drugiej strony te niewygodne w modelowaniu cechy szeregów czasowych stóp zwrotu mają ogromne znaczenie w zarządzaniu ryzykiem, gdyż, po pierwsze, wpływają na profil ryzyka portfela, a po drugie obciążają ocenę zależności pomiędzy jego składnikami, jeśli jest ona dokonywana z wykorzystaniem metod klasycznych. O ile wielowymiarowe modele zmienności [Bauwens, Laurent i Rombouts

2006] w dużym stopniu rozwiązały problemy wynikające z pierwszych dwóch wymienionych cech, to ich potencjał pozostawia wiele do życzenia w przypadku rozkładów asymetrycznych. W tym kontekście należy podkreślić, że asymetrie występujące często w wielowymiarowych szeregach finansowych stóp zwrotu, nie mogą być generowane przez model statystyczny, który oparty jest na założeniu, że warunkowy wielowymiarowy rozkład stóp zwrotu jest eliptyczny. Zatem w sytuacji, gdy asymetrie występują, rozkłady eliptyczne nie dają dobrego opisu i w związku z tym w analizach nie można stosować współczynnika korelacji liniowej, który jest adekwatną miarą zależności tylko w świecie rozkładów eliptycznych [McNeil, Frey i Embrechts 2005]. Metodą pozwalającą na adekwatny opis zależności w ogólnej sytuacji jest zastosowanie kopuli i miar niezmienniczych względem kopuli.

Dwuwymiarowa kopula jest odwzorowaniem $C: [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$ z kwadratu jednostkowego w przedział jednostkowy, które określa dystrybuantę rozkładu dwuwymiarowego z rozkładami brzegowymi jednostajnymi na przedziale jednostkowym.

Jeżeli (X, Y) jest dwuwymiarowym wektorem losowym z dystrybuantą rozkładu łącznego H i dystrybuantami brzegowymi F i G , to na podstawie twierdzenia Sklara [1959] H może być przedstawione w postaci

$$H(x, y) = C(F(x), G(y)), \quad (1)$$

gdzie C jest kopulą. Jeśli dystrybuanty F i G są ciągłe, to funkcja C jest wyznaczona jednoznacznie.

Najprostsza kopula ma postać $C^\Pi(u, v) = uv$ i opisuje sytuację, gdy rozkłady brzegowe są niezależne. W prezentowanych w tej pracy badaniach empirycznych stosujemy kopule Gaussa oraz Joego i Claytona, które zdefiniowane są następująco:

$$C_\rho^{\text{Gauss}}(u, v) = \Phi_\rho(\Phi^{-1}(u), \Phi^{-1}(v)), \quad (2)$$

$$C_{\kappa, \gamma}^{\text{Joe-Clayton}}(u, v) = 1 - \left(1 - \left([1 - (1 - u)^\kappa]^\gamma + [1 - (1 - v)^\kappa]^\gamma - 1 \right)^{-1/\gamma} \right)^{1/\kappa}. \quad (3)$$

We wzorze (3), Φ_ρ oznacza dystrybuantę standardowego dwuwymiarowego rozkładu normalnego ze współczynnikiem korelacji liniowej ρ , a Φ jest dystrybuantą jednowymiarowego standardowego rozkładu normalnego. Parametry kopuli Joego i Claytona z założenia muszą spełniać warunki

$\kappa \geq 1$ $\gamma \in [-1, \infty) \setminus \{0\}$. Szczególny przypadek kopuli Joego i Claytona, gdy $\kappa = 1$, nazywa się kopulą Claytona, $C_{\gamma}^{\text{Clayton}}$. W granicznym przypadku, gdy $\gamma = 0$, kopuła Claytona staje się kopulą niezależną C^{Π} [Nelsen 2006].

Jak już było wspomniane, w przypadku rozkładów, które nie są eliptyczne, współczynnik korelacji liniowej nie jest prawidłową miarą zależności i wskazane jest stosowanie w tej roli miar zależnych jedynie od kopuli. Przykładami takich miar są współczynnik tau Kendalla oraz wykorzystywany w tej pracy współczynnik rho Spearmana [McNeil, Frey i Embrechts 2005].

Jeśli (X, Y) jest wektorem losowym z dystrybucjami brzegowymi F i G , to współczynnik rho Spearmana dla (X, Y) ρ_s jest określony wzorem:

$$\rho_s(X, Y) = \rho(F(X), G(Y)), \quad (4)$$

gdzie ρ oznacza zwykły współczynnik korelacji Pearsona.

Jeśli wektor (X, Y) ma ciągle rozkłady brzegowe, to współczynnik rho Spearmana $\rho_s(X, Y)$ zależy tylko od kopuli C łączącej X i Y , i w szczególności jest dany za pomocą wzoru:

$$\rho_s(X, Y) = \rho_C = 12 \iint_{[0,1]^2} C(u, v) du dv - 3. \quad (5)$$

[Nelsen 2006]. Ze wzoru (5) wynika ponadto, że jeśli kopuła C jest mieszanką kopuli C_1 i C_2 , to znaczy $C = \alpha C_1 + (1 - \alpha) C_2$, $0 \leq \alpha \leq 1$, to :

$$\rho_C = \alpha \rho_{C_1} + (1 - \alpha) \rho_{C_2}. \quad (6)$$

Dla kopuli Gaussa C_{ρ}^{Gauss} , współczynnik rho Spearmana wynosi $\frac{6}{\pi} \arcsin(\rho)$, a dla kopuli Joego i Claytona $C_{\kappa, \gamma}^{\text{Joe-Clayton}}$ może być wyliczony numerycznie ze wzoru (5).

Zależność asymptotyczna zmiennych losowych w ogonach jest również własnością zależną jedynie od kopuli. Jeśli zmienne X i Y mają dystrybucje F i G , to współczynnik zależności w górnym ogonie jest zdefiniowany następująco:

$$\lambda_U = \lim_{q \rightarrow 1^-} P(Y > G^{-1}(q) | X > F^{-1}(q)), \quad (7)$$

o ile granica $\lambda_U \in [0, 1]$ istnieje. Analogicznie współczynnik zależności w dolnym ogonie jest określony wzorem:

$$\lambda_L = \lim_{q \rightarrow 0^+} P(Y \leq G^{-1}(q) \mid X \leq F^{-1}(q)), \quad (8)$$

pod warunkiem istnienia granicy $\lambda_L \in [0, 1]$. O zmiennych X i Y mówi się, że wykazują zależność w górnym (dolnym) ogonie, jeśli $\lambda_U \in (0, 1]$ ($\lambda_L \in (0, 1]$). Współczynnik zależności w górnym (dolnym) ogonie szacuje prawdopodobieństwo zaobserwowania dużej (małej) wartości zmiennej Y , gdy pojawia się duża (mała) wartość zmiennej X . Współczynniki zależności w ogonach zależą tylko od kopuli C wektora (X, Y) :

$$\lambda_L = \lim_{q \rightarrow 0^+} \frac{C(q, q)}{q}, \quad (9)$$

$$\lambda_U = \lim_{q \rightarrow 0^+} \frac{\hat{C}(q, q)}{q}, \quad (10)$$

gdzie $\hat{C}(u, v) = u + v - 1 + C(1 - u, 1 - v)$. W przypadku kopuli Gaussa, $\lambda_U = \lambda_L = 0$ [McNeil, Frey i Embrechts 2005], co oznacza asymptotyczną niezależność w ogonach. Dla kopuli Joego i Claytona, $\lambda_U = 2 - 2^{1/\kappa}$ oraz $\lambda_L = 2^{-1/\gamma}$ dla $\gamma > 0$ [Patton 2006]. Oznacza to możliwość niezależnego modelowania zależności w górnym i dolnym ogonie.

Badanie dynamiki zależności wymaga zastosowania kopuli warunkowych. Pojęcie kopuli warunkowej zostało wprowadzone przez Pattona [2004]. Zastosowanie go umożliwia modelowanie łącznych rozkładów dwuwymiarowego wektora stóp zwrotu $\mathbf{r}_t = (r_{1,t}, r_{2,t})$, warunkowych względem zbioru Ω_{t-1} informacji do momentu $t - 1$. W badaniu omawianym w tym artykule wykorzystujemy następujący ogólny model kopuli warunkowej:

$$r_{1,t} \mid \Omega_{t-1} \sim F_t(\cdot), \quad r_{2,t} \mid \Omega_{t-1} \sim G_t(\cdot), \quad (11)$$

$$\mathbf{r}_t \mid \Omega_{t-1} \sim C_t(F_t(\cdot), G_t(\cdot) \mid \Omega_{t-1}). \quad (12)$$

Ponadto przyjmujemy, że:

$$\mathbf{r}_t = \boldsymbol{\mu}_t + \mathbf{y}_t, \quad \boldsymbol{\mu}_t = E(\mathbf{r}_t \mid \Omega_{t-1}), \quad (13)$$

$$y_{i,t} = \sigma_{i,t} \varepsilon_{i,t}, \quad \sigma_{i,t}^2 = \text{var}(r_{i,t} \mid \Omega_{t-1}) \quad (14)$$

$$\varepsilon_{i,t} \sim iid \text{Skew-}t(0, 1, \xi_i, \eta_i) \quad (15)$$

gdzie $Skew_t(0, 1, \xi, \eta)$ oznacza standaryzowany skośny rozkład t Studenta z $\eta > 2$ stopniami swobody i współczynnikiem skośności $\xi > 0$ [Lambert i Laurent 2002]. Do jednowymiarowych szeregów stóp zwrotu $r_{i,t}$, $i = 1, 2$, dopasowujemy modele ARMA-GARCH [zob. np. Doman i Doman 2009] ze skośnym rozkładem t Studenta jako rozkładem jednowymiarowych innowacji.

Modelowanie dynamiki warunkowego rozkładu łącznego wymaga określenia reguły zmian w czasie kopuli C_t . Zwykle postać funkcyjna kopuli jest ustalona, a w czasie zmieniają się jej parametry [Patton 2004, 2006]. W tym badaniu stosujemy podejście alternatywne. Podobnie jak Garcia i Tsafack [2011] zakładamy, że istnieją reżimy, podczas których zależność opisuje ustalona kopula, a zmianą reżimów steruje pewien jednorodny łańcuch Markowa.

W modelu kopuli z przełączaniem typu Markowa (Markov-Switching Copula, MSC), za pomocą którego modelujemy zależność warunkową pomiędzy stopami zwrotu, łączny rozkład warunkowy jest postaci:

$$r_t | \Omega_{t-1} \sim C_{S_t} (F_t(\cdot), G_t(\cdot) | \Omega_{t-1}), \quad (16)$$

gdzie S_t jest jednorodnym łańcuchem Markowa z przestrzenią stanów $\{1, 2\}$. Zatem parametrami stosowanego w badaniu empirycznym modelu MSC są parametry jednowymiarowych modeli dla rozkładów brzegowych (ARMA-GARCH ze standaryzowanym skośnym rozkładem t Studenta jako rozkładem innowacji), parametry kopuli C_1 i C_2 oraz prawdopodobieństwa przejścia w łańcuchu Markowa S_t :

$$p_{11} = P(S_t = 1 | S_{t-1} = 1), \quad p_{22} = P(S_t = 2 | S_{t-1} = 2). \quad (17)$$

Parametry modelu MSC estymuje się za pomocą metody największej wiarygodności. Dodatkowo w procesie estymacji wyliczane są za pomocą filtru Hamiltona [zob. Doman i Doman 2009] warunkowe prawdopodobieństwa:

$$P(S_t = j | \Omega_{t-1}), \quad P(S_t = j | \Omega_t), \quad j = 1, 2 \quad (18)$$

przebywania procesu w chwili t w reżimie j pod warunkiem informacji o procesie dostępnej odpowiednio w chwili $t - 1$ lub t . Pierwsze z nich szacuje prawdopodobieństwo obowiązywania w dniu t reżimu j na podstawie informacji dostępnej do dnia $t - 1$, a drugie na podstawie informacji dostępnej do dnia t .

W przedstawionym w dalszej części artykułu badaniu empirycznym wykorzystujemy tak zwane wygładzone prawdopodobieństwa obowiązywania w danym dniu reżimu j , wykorzystujące informacje z całego okresu próby

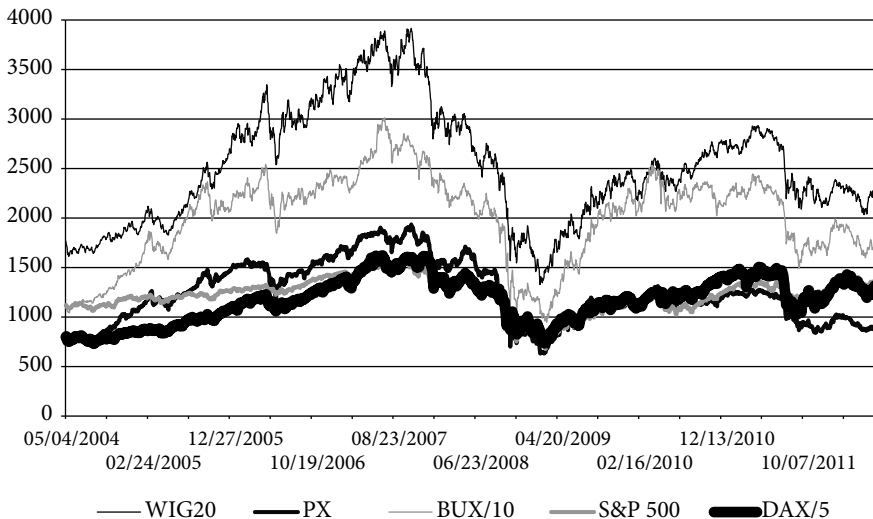
[Hamilton 1994]. Są one wyznaczane z prawdopodobieństw (18) za pomocą następującej rekurencji wstecznej:

$$P(S_t = j | \Omega_T) = P(S_t = j | \Omega_t) \sum_{i=1}^2 \frac{p_{ji} P(S_{t+1} = i | \Omega_T)}{P(S_{t+1} = i | \Omega_t)}, \quad t = T-1, \dots, 1. \quad (19)$$

2. Charakterystyka danych

W badaniu wykorzystane zostałyienne notowania indeksów WIG20, S&P 500, DAX oraz głównego indeksu giełdy w Budapeszcie – BUX i w Pradze – PX, z okresu od 5 maja 2004 r. do 20 lipca 2012 r. Początek okresu próby został ustalony na maj 2004 roku w celu wyłączenia zmiany strukturalnej wywołanej przez wejście Polski, Czech i Węgier do Unii Europejskiej. Dane dotyczące indeksu PX pochodzą ze strony Praskiej Giełdy Papierów Wartościowych, a źródłem notowań pozostałych indeksów jest serwis Stooq.pl.

Ze względu na różne dni bez handlu na poszczególnych giełdach szeregi notowań zostały wyrównane przez usunięcie obserwacji niekompletnych. Metoda ta jest prosta, ale w zasadzie nie zniekształca wyników [Doman i Doman 2010]. Wykresy notowań przedstawione zostały na rysunku 1.



Rysunek 1. Notowania indeksów WIG20, PX, BUX, S&P 500 i DAX w okresie od 5 maja 2004 r. do 20 lipca 2012 r. W celu ułatwienia porównań notowania indeksu BUX zostały podzielone przez 10, a indeksu DAX przez 5

Analizie poddajemy szeregi procentowych, logarytmicznych stóp zwrotu wyliczanych według wzoru:

$$r_t = 100(\ln p_t - \ln p_{t-1}), \quad (20)$$

gdzie p_t jest wartością kursu zamknięcia indeksu w dniu t .

3. Analiza zależności

Zastosowana dwukrokowa procedura szacowania modeli MSC wymaga w pierwszym etapie dopasowania do każdego szeregu jednowymiarowego modelu ARMA-GARCH [Doman i Doman 2009]. W okresie, z którego pochodzą analizowane dane, na rynkach finansowych występowały liczne zaburzenia związane z kolejnymi kryzysami. Z tego powodu modele opisujące zmienność są asymetrycznymi modelami GJR-GARCH ze skośnym rozkładem t Studenta jako rozkładem innowacji $\varepsilon_{i,t}$. Otrzymane z modeli reszty standaryzowane $\hat{\varepsilon}_{i,t}$ były rutynowo testowane pod kątem pochodzenia z odpowiednich rozkładów i braku autozależności.

Dla czytelnika zainteresowanego charakterem zależności między rynkami, oszacowania parametrów modeli jednowymiarowych nie mają większego znaczenia, z tego powodu nie zamieszczamy zawierających je tabel.

W drugim etapie estymacji reszty standaryzowane z modeli GJR-GARCH zostały przetransformowane za pomocą dystrybuant rozkładów warunkowych, a następnie do otrzymanych w ten sposób szeregów dopasowane zostały modele MSC. W celu uzyskania możliwie najtrafniejszego opisu dynamiki zależności stosowane były modele z różnymi kopulami. Rozważano modele MSC z trzema i dwoma reżimami oraz kopule statyczne. W tabelach 1 i 2 przedstawiono oszacowania parametrów najlepiej dopasowanych modeli.

Analiza tabeli 1 dostarcza wielu istotnych obserwacji. We wszystkich trzech przypadkach (WIG20, BUX), (WIG20, PX), (WIG20, DAX) w jednym reżimie obowiązuje kopuła gaussowska, a w drugim kopuła z zależnościami w ogonach rozkładów – Claytona dla indeksów DAX i PX oraz Joego i Claytona w przypadku indeksu BUX. Współczynnik rho Spearmana (ρ_s) jest wyższy w przypadku kopuli gaussowskich, co nie jest typowe. Zatem regularne powiązania są silniejsze w okresie spokoju na rynku i słabną w czasie kryzysu.

Tabela 1. Oszacowania parametrów modeli MSC (w nawiasach błędy standardowe).

WIG20 & Kopula	BUX		PX		DAX	
	reżim 1	reżim 2	reżim 1	reżim 2	reżim 1	reżim 2
	C_{ρ}^{Gauss}	$C_{\kappa,\gamma}^{\text{Joe-Clayton}}$	C_{ρ}^{Gauss}	$C_{\kappa,\gamma}^{\text{Joe-Clayton}}$	C_{ρ}^{Gauss}	$C_{\kappa,\gamma}^{\text{Joe-Clayton}}$
	Parametry kopuli		Parametry kopuli		Parametry kopuli	
ρ	0,6799 (0,0216)	–	0,6796 (0,0216)	–	0,6529 (0,0127)	–
κ	–	1,3925 (0,1281)	–	–	–	–
γ	–	0,4144 (0,1872)	–	0,6991 (0,1286)	–	0,6132 (0,0737)
ρ_s	0,6624	0,4265	0,6621	0,3779	0,6531	0,3440
λ_L	–	0,1878	–	0,3710	–	0,3229
λ_U	–	0,3549	–	–	–	–
	Prawdopodobieństwa przejścia		Prawdopodobieństwa przejścia		Prawdopodobieństwa przejścia	
Reżim 1	0,9895	0,0105	0,9589	0,0411	0,9995	0,0005
Reżim 2	0,0298	0,9702	0,1008	0,8992	0,0038	0,9962

Wstępna analiza zależności pomiędzy dziennymi zwrotami indeksów WIG20 i S&P 500 wykazała, że w badanym okresie porównywalna jest siła powiązań pomiędzy parami obserwacji z tego samego dnia oraz parami, w których przyjmujemy jednodniowe opóźnienie dla indeksu S&P 500. Z tego powodu modele kopuli zostały oszacowane dla obu wymienionych przypadków. W całej pracy symbol S&P 500(–1) odnosi się do wyników dotyczących zależności pomiędzy stopą zwrotu indeksu WIG20 a stopą zwrotu indeksu S&P 500 z dnia poprzedniego. Rezultaty oszacowań przedstawione w tabeli 2 są dość zaskakujące. Otóż w obu przypadkach najlepiej dopasowanym modelem kopuli jest model statyczny. Wartość współczynnika rho Spearmana przy rozważaniu obserwacji równoczesnych przewyższa jego oszacowanie uzyskane w sytuacji, gdy stopy zwrotu indeksu WIG20 pochodzą z następnego dnia.

Spodziewana zależność pomiędzy stopami zwrotu indeksu WIG20 i opóźnionymi stopami zwrotu z indeksu S&P 500 (dla pary (WIG20, S&P 500(–1))) jest obecna i to zarówno zależność regularna mierzona za pomocą współczynnika rho Spearmana, jak i zależność w obu ogonach. Przy tym zależności w ogonach są raczej słabe.

W świetle naszych wcześniejszych badań [np. Doman i Doman 2011] silniejsza zależność pomiędzy stopami zwrotu obserwowanymi tego samego

dnia (para (WIG20, S&P 500)) jest dość zaskakująca. Biorąc pod uwagę znaczenie rozważanych rynków, należy przyjąć, że dominacja tego powiązania wynika z istnienia wspólnego czynnika decydującego o dynamice kursów zamknięcia obu indeksów. Nasuwającym się wytłumaczeniem są ogłoszenia z otoczenia makroekonomicznego rynku amerykańskiego [Będowska-Sójka 2010] i sytuacja na giełdach europejskich. Wzrost siły zależności dla obserwacji równoczesnych należy wiązać z okresem kryzysu. W przypadku pary (WIG20, S&P 500) zależność opisana jest za pomocą kopuli gaussowskiej, zatem nie obserwujemy zależności pomiędzy wartościami ekstremalnymi z tego samego dnia.

Tabela 2. Oszacowania parametrów statycznych modeli kopuli (w nawiasach błędy standardowe). Symbol S&P 500(-1) oznacza modelowanie zależności pomiędzy stopą zwrotu indeksu WIG20 a stopą zwrotu indeksu S&P 500 z poprzedniego dnia

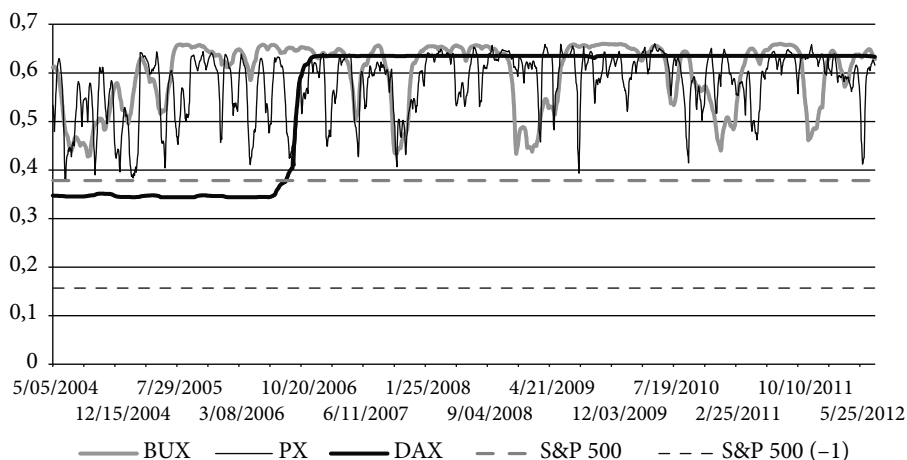
WIG20 &	S&P 500(-1)	S&P 500
Kopula	$C_{\kappa, \gamma}^{\text{Joe-Clayton}}$	C_{ρ}^{Gauss}
Parametry kopuli		
ρ	–	0,3936 (0,0177)
κ	1,0406 (0,0205)	–
γ	0,1895 (0,0291)	–
ρ_s	0,1570	0,3783
λ_L	0,0258	–
λ_U	0,0534	–

Rysunki 2–4 przedstawiają porównanie współczynników rho Spearmana i współczynników zależności w ogonach, opisujących powiązania pomiędzy indeksem WIG20 a pozostałymi rozważanymi indeksami.

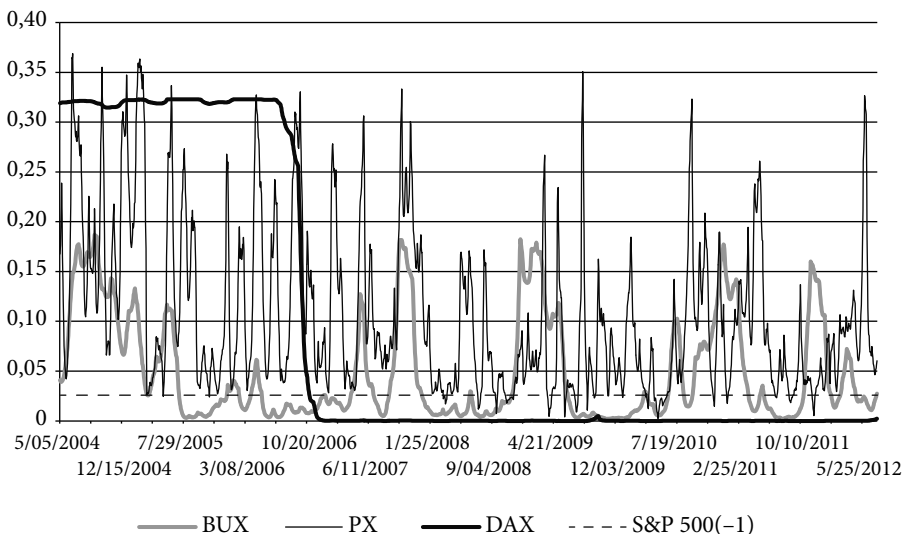
Zależności pomiędzy indeksem WIG20 a indeksem S&P 500 zostały opisane za pomocą statycznych modeli kopuli. Wykresy pokazują to, co zostało już omówione przy okazji analizy tabeli 2.

W przypadku indeksu DAX widzimy na wykresach jedno przełączenie. Wyższym wartościom współczynnika rho Spearmana towarzyszą niższe wartości współczynnika zależności w ogonie dolnym i odwrotnie. Poziom zależności pomiędzy zwrotami indeksów WIG20 i DAX mierzonej za pomocą współczynnika rho Spearmana wzrósł z początkiem 2007 r. i jest wyraźnie

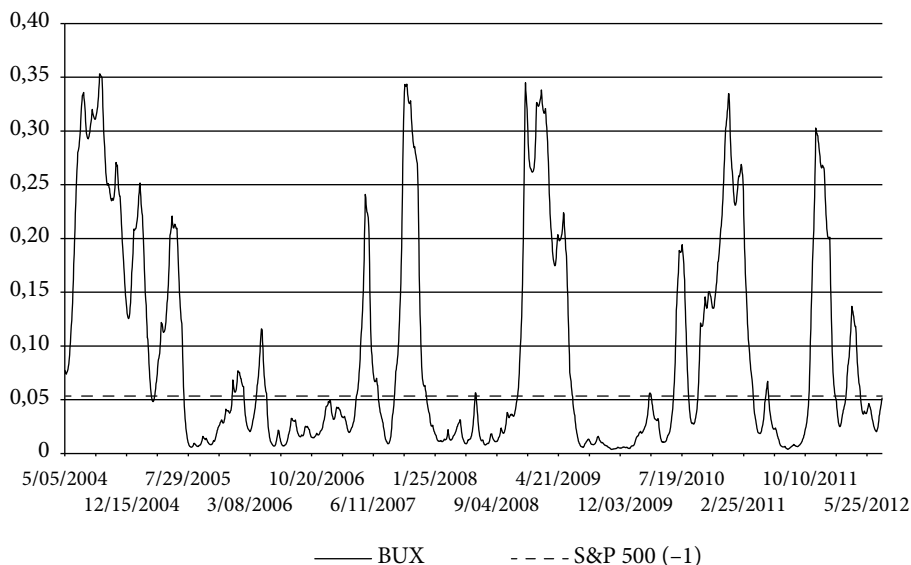
wyższy niż w przypadku powiązań z indeksem S&P 500. Natomiast zależności w ogonach zanikają w tym okresie. Zwraca uwagę stabilny poziom współczynnika rho Spearmana (około 0,63) w całym okresie 2007–2012.



Rysunek 2. Dynamiczne współczynniki rho Spearmana dla par (WIG20, BUX), (WIG20, PX), (WIG20, DAX), (WIG20, S&P 500) i (WIG20, S&P 500(-1)) w okresie od 5 maja 2004 r. do 20 lipca 2012 r.



Rysunek 3. Dynamiczne współczynniki zależności w ogonie dolnym dla par (WIG20, BUX), (WIG20, PX), (WIG20, DAX) i (WIG20, S&P 500(-1)) w okresie od 5 maja 2004 r. do 20 lipca 2012 r.

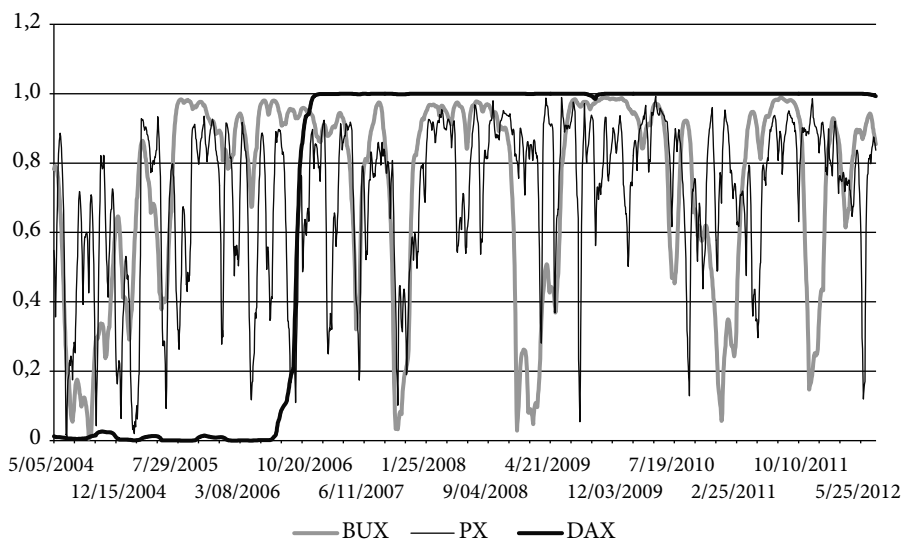


Rysunek 4. Dynamiczne współczynniki zależności w ogonie górnym dla par (WIG20, BUX) i (WIG20, S&P 500(-1)) w okresie od 5 maja 2004 r. do 20 lipca 2012 r.

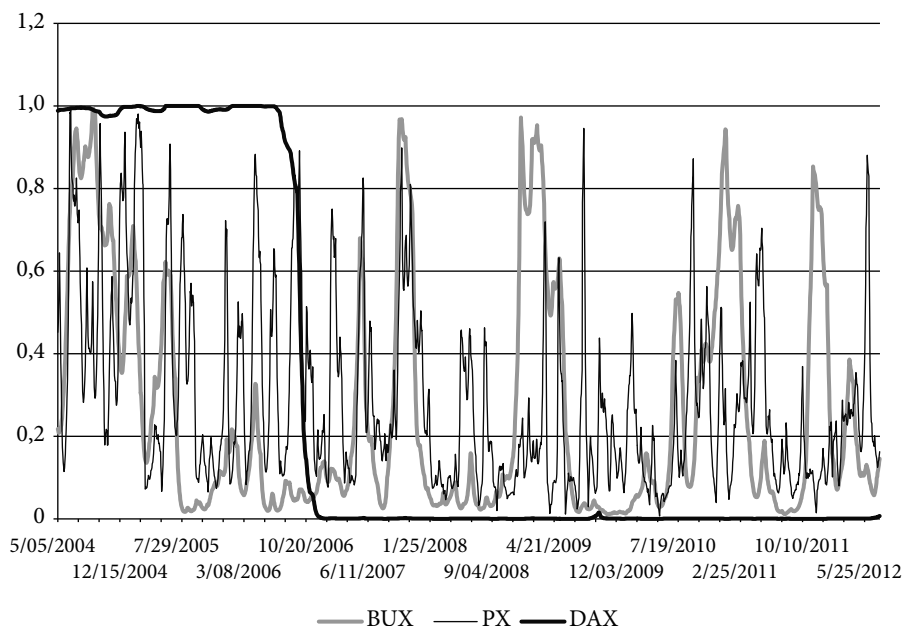
Dla zależności pomiędzy stopami zwrotu indeksu WIG20 i indeksów BUX oraz PX sytuacja jest nieco inna. Siła powiązań w obu przypadkach jest porównywalna i na ogół bardzo duża (około 0,6 dla współczynnika rho Spearmana i około 0,2 dla współczynnika zależności w ogonie dolnym), ale w znacznym stopniu zmienia się pod wpływem nowych informacji. W przypadku indeksu BUX obserwujemy wysoki poziom zależności w ogonie górnym na początku okresu próby, co jest niewątpliwie związane z działającym na oba rynki impulsem wynikającym z przystąpienia Polski i Węgry do Unii Europejskiej. Dalej zależności te pojawiają się w tym samym czasie, co zależności w ogonie dolnym, to znaczy podczas okresów „rozhuśtania” obu rynków. Należy podkreślić, że najwyższą wartość współczynnika rho Spearmana obserwujemy przeważnie dla powiązań z indeksem węgierskim BUX. Zależności w ogonie dolnym są najsilniejsze w przypadku indeksu PX. Jednak biorąc pod uwagę to, że tego typu zależności są dość silne także dla pary (WIG20, BUX), w której przypadku obserwujemy również silne zależności w ogonie górnym, można pokusić się o stwierdzenie, że w rozważanym okresie indeks WIG20 najsilniej powiązany był z indeksem BUX. Jeżeli weźmiemy pod uwagę tylko wartości współczynnika rho Spearmana, to następny w kolejności jest DAX, potem PX, a najmniejsza jest siła powiązań z indeksem S&P 500 (nawet jeśli zsumu-

jemy wartości współczynnika rho Spearmana dla przypadku równoczesnego i z opóźnieniem).

Zależności pomiędzy indeksem WIG20 a indeksami BUX, PX i DAX zostały opisane za pomocą modeli kopuli z przełączaniem typu Markowa. Na rysunkach 5 i 6 przedstawiamy dynamiczne prawdopodobieństwa obowiązywania każdego z reżimów. Pomimo że prawdopodobieństwa pobytu w poszczególnych reżimach sumują się do 1, zamieszczamy wykresy dla obu przypadków, aby ułatwić śledzenie zmian w dynamice zależności, a w szczególności pojawianie się i zanikanie reżimu z zależnościami w ogonach. Jak zauważyliśmy to już na rysunkach 2 i 3, wyniki dla indeksów środkowoeuropejskich zasadniczo różnią się od tego, co obserwujemy dla indeksu DAX. W tym ostatnim przypadku obserwujemy jedno przełączenie na przełomie lat 2006/2007. Zanika wtedy reżim charakteryzujący się zależnościami w ogonach i zaczyna obowiązywać wyłącznie kopula gaussowska. Uwzględniając fakt, że początek ukrytego jeszcze kryzysu można datować na luty 2007 roku, możemy wiązać to przełączenie właśnie z niepewną sytuacją na rynkach finansowych. Zatem nasz model pokazuje, że w tym czasie regularna zależność wzrosła, ale charakterystyczne dla okresów paniki powiązania pomiędzy zmianami ekstremalnymi zanikły.



Rysunek 5. Prawdopodobieństwa wygładzone występowania reżimu pierwszego dla par (WIG20, BUX), (WIG20, PX) i (WIG20, DAX) w okresie od 5 maja 2004 r. do 20 lipca 2012 r.



Rysunek 6. Prawdopodobieństwa wygładzone występowania reżimu drugiego dla par (WIG20, BUX), (WIG20, PX) i (WIG20, DAX) w okresie od 5 maja 2004 r. do 20 lipca 2012 r.

Uzyskane wyniki wskazują na zróżnicowanie dynamiki powiązań pomiędzy badanymi indeksami, co daje inwestorom nadzieję na pewne (choć niewielkie) możliwości dywersyfikacji portfela inwestycji na badanych rynkach. Relacją decydującą o zmienności i strukturze powiązań jest zależność pomiędzy indeksami WIG20 i BUX. Zależności w ogonach łącznych rozkładów warunkowych, jeśli w ogóle występują, są słabe i nie implikują znaczącego wzrostu ryzyka takiego portfela w okresach niepokojów na rynkach.

Zakończenie

Celem zaprezentowanego badania była ocena powiązań polskiego rynku kapitałowego z rynkami kapitałowymi Czech i Węgier oraz z rynkami rozwiniętymi: europejskim reprezentowanym przez indeks DAX i amerykańskim analizowanym za pośrednictwem indeksu S&P 500. Analiza obejmowała okres od maja 2004 r., czyli od momentu wejścia Polski, Czech i Węgier do Unii Europejskiej, do lipca 2012 r.

Uzyskane wyniki wskazują, że zależności pomiędzy indeksem WIG20 a indeksami S&P 500 oraz DAX są trwałe i stabilne, przy czym regularne powiązania z indeksem DAX są silniejsze, ale z indeksem S&P500 są trwalsze. W przypadku indeksu DAX od 2007 r. nie obserwujemy zależności w ogonach rozkładów, co wskazuje na odmiennność zachowań rynku polskiego i rozwiniętych rynków europejskich w czasie ostrego kryzysu. Widoczne są natomiast stałe, choć raczej słabe zależności w dolnych ogonach rozkładów dziennych stóp zwrotu z indeksu WIG20 i stóp zwrotu indeksu S&P 500 z poprzedniego dnia. Powiązania pomiędzy indeksem WIG20 a indeksami BUX oraz PX są silne, ale w dużym stopniu zmieniają się pod wpływem nowych informacji. Dotyczy to w tym samym stopniu regularnych zależności mierzonych za pomocą współczynnika rho Spearmana, jak i zależności w ogonach rozkładów. Zależności w ogonie górnym obserwujemy jedynie dla powiązań między zwrotami indeksów WIG20 i BUX (silne, dynamiczne) oraz między zwrotami indeksu WIG20 i opóźnionymi o jeden dzień zwrotami indeksu S&P 500 (stałe). Podsumowując powyższe uwagi, można stwierdzić, że dynamika indeksu WIG20 najsilniej i najpełniej jest powiązana z dynamiką węgierskiego indeksu BUX.

Bibliografia

- Ang, A., Bekaert, G., 2002, *International Asset Allocation with Regime Shifts*, Review of Financial Studies, no. 15, s. 1137–1187.
- Bauwens, E., Laurent, S., Rombouts, J.V.K., 2006, *Multivariate GARCH Models: a Survey*, Journal of Applied Econometrics, no. 21, s. 79–109.
- Bęadowska-Sójka, B., 2010, *Intraday CAC40, DAX and WIG20 Returns when the American Macro News is Announced*, Bank i Kredyt, no. 41 (2), s. 7–20.
- Doman, M., Doman, R., 2009, *Modelowanie zmienności i ryzyka. Metody ekonometrii finansowej*, Wolters Kluwer, Kraków.
- Doman, M., Doman, R., 2010, *Modelowanie zależności pomiędzy notowaniami o różnych wzorach dni bez sesji*, w: Walczak, T. (red.) *Ekonometria i statystyka w procesie modelowania*, Wydawnictwo Głównego Urzędu Statystycznego, Warszawa.
- Doman, M., Doman, R., 2011, *The Impact of the Exchange Rate Dynamics on the Dependencies in Global Stock Market*, Dynamic Econometric Models, no. 11, s. 73–86.
- Forbes, K., Rigobon, R., 2002, *No Contagion, Only Interdependence: Measuring Stock Markets Comovements*, The Journal of Finance, no. 57, s. 2223–2261.
- Garcia, R., Tsafack, G., 2011, *Dependence Structure and Extreme Comovements in International Equity and Bond Markets*, Journal of Banking & Finance, no. 35, s. 1954–1970.
- Hamilton, J.D., 1994, *Time Series Analysis*, Princeton University Press, Princeton.

- Konopczak, M., Sieradzki, R., Wiernicki, M., 2010, *Kryzys na światowych rynkach finansowych – wpływ na rynek finansowy w Polsce oraz implikacje dla sektora realnego*, Bank i Kredyt, no. 41 (6), s. 45–70.
- Lambert, P., Laurent, S., 2001, *Modelling Financial Time Series Using GARCH-type Models With a Skewed Student Distribution for the Innovations*, Institut de Statistique, Université Catholique de Louvain, Discussion Paper 0125.
- Longin, F., Solnik, B., 2001, *Extreme Correlation of International Equity Markets*, Journal of Finance, no. 56, s. 649–676.
- McNeil, A.J., Frey, A., Embrechts, P., 2005, *Quantitative Risk Management*, Princeton University Press, Princeton.
- Nelsen, R.B., 2006 *An Introduction to Copulas*, 2nd ed., Springer, New York.
- Patton, A.J., 2004, *On the Out-of-Sample Importance of Skewness and Asymmetric Dependence for Asset Allocation*, Journal of Financial Econometrics, no. 2, s. 130–168.
- Patton, A.J., 2006, *Modelling Asymmetric Exchange Rate Dependence*, International Economic Review, no. 47, s. 527–556.
- Sklar, A., 1959, *Fonctions de répartition à n dimensions et leurs marges*, Publications de l'Institut Statistique de l'Université de Paris, no 8, s. 229–231.