

Karolina Siemaszkiewicz

Uniwersytet Ekonomiczny w Poznaniu, Wydział Informatyki i Gospodarki
Elektronicznej, Katedra Matematyki Stosowanej
karolina.koziorowska@ue.poznan.pl

TEORIA WARTOŚCI EKSTREMALNYCH – ZASTOSOWANIE DO SEKTORA SUROWCÓW ENERGETYCZNYCH

Streszczenie: Rynek surowców energetycznych jest bardzo ważną gałęzią gospodarki. Podstawowym źródłem energii dla transportu oraz elektrowni jest ropa naftowa, natomiast gaz ziemny wykorzystywany jest w przemyśle, produkcji energii elektrycznej i w gospodarstwach domowych. Ponieważ są to bardzo istotne surowce w gospodarce, więc ważnym zadaniem jest zarządzanie ryzykiem niekorzystnych wahań cen wspomnianych paliw energetycznych. Jednym z często stosowanych narzędzi usprawniających proces zarządzania ryzykiem przed wystąpieniem niekorzystnych zmian jest wartość zagrożona (VaR – Value at Risk). Wartość zagrożona jest powszechnie stosowaną miarą ryzyka na rynkach finansowych. Niedoszacowanie i przeszacowanie wartości zagrożonej jest bardzo niekorzystne. Jeżeli niedoszacujemy tę miarę, to możemy narazić się na utratę płynności. Przeszacowanie zaś uniemożliwia wykorzystanie w optymalny sposób całkowitych środków przeznaczonych na inwestycje. Dlatego istotnym zadaniem jest prawidłowe oszacowanie wartości zagrożonej. Jedną z teorii, która może służyć oszacowaniu wartości zagrożonej jest teoria wartości ekstremalnych.

Słowa kluczowe: Extreme Value Theory, zarządzanie ryzykiem, wartość zagrożona, warunkowa wartość zagrożona, surowce energetyczne.

Klasyfikacja JEL: C13, C51.

EXTREME VALUE THEORY – ITS APPLICATION TO ENERGY MARKETS

Abstract: The energy market is a very important sector of the economy. Oil is the primary source of energy for transportation and power, with natural gas being used in industry, electricity production and in households. Since this is a very important raw material in the economy it is therefore an important task to manage the risk of adverse fluctuations in the prices of these fuels.

One of the frequently used tools for safeguarding the risk management process against adverse changes is value at risk (VaR). Due the volatility of energy markets, implementing an effective risk management system becomes an urgent necessity. The VaR methodology as a measure of market risk has gained rapid acceptance and popularity by both institutions and regulators. Moreover, Extreme Value Theory has been successfully applied in many fields where extreme values may appear. In this paper Extreme Value Theory models are compared to conventional models such as Historical Simulation. Our results indicate that Extreme Value Theory offers a better estimation of Value at Risk than traditional methods.

Keywords: Extreme Value Theory, risk management, value at risk, conditional value at risk, energy resources.

Wstęp

Rynek surowców energetycznych jest bardzo istotny dla gospodarki. Ropa naftowa to podstawowe źródło energii dla transportu, elektrowni. Gaz ziemny natomiast ma zastosowanie w przemyśle, produkcji energii elektrycznej jak i w gospodarstwach domowych. Zmiany cen ropy naftowej i gazu ziemnego mają istotny wpływ nie tylko na podaż i popyt tych surowców, ale też na inne gałęzie gospodarki. Silne wahania cen ropy mogą być spowodowane przez wiele czynników. Na cenę ropy naftowej mogą mieć wpływ: polityka prowadzona przez OPEC (Organization of Petroleum Exporting Countries – Organizacja Krajów Eksportujących Ropę), wojny i konflikty polityczne na Środkowym Wschodzie, zakłócenia w dostawach spowodowane katastrofami naturalnymi, jej dostępność oraz rezerwy. Również wzrost gospodarczy może się przyczyniać do zwiększenia popytu na ropę, a w konsekwencji do wzrostu cen ropy. Ceny gazu są kształtowane przez poziom rezerw i wielkość produkcji krajowej [Schofield 2007].

W zawiązku z licznymi, nieprzewidywalnymi czynnikami znaczne mogą być wahania cen ropy, gazu oraz paliwa. Bardzo ważnym zadaniem jest więc modelowanie zmian cen ropy, energii elektrycznej, gazu oraz poszukiwanie bardziej efektywnych narzędzi do skutecznego zarządzania niekorzystnymi wahaniami cen surowców energetycznych.

Jedną z powszechnie stosowanych miar wspomagającą zarządzanie ryzykiem przed wystąpieniem niekorzystnych warunków jest wartość zagrożona (VaR – Value at Risk). Wartość zagrożona jest najbardziej popularną miarą ryzyka na rynkach finansowych. Najprościej ujmując, odpowiada na pytanie, ile możemy stracić z określonym prawdopodobieństwem w danym okresie [Jorion 1997].

Istniejące podejścia do wyznaczania wartości zagrożonej możemy podzielić na trzy grupy. Pierwsza to metody nieparametryczne, takie jak historyczna symulacja. W niniejszym artykule będziemy ją nazywać podejściem klasycznym. Druga grupa to metody opierające się na modelach ekonometrycznych zmienności. Trzecia, na której skupia się niniejsza praca, to teoria wartości ekstremalnych (*extreme value theory* – EVT) modelująca ogony rozkładów.

Teoria wartości ekstremalnych ma ogromne zastosowanie wówczas, gdy pojawiają się wartości ekstremalne, czyli w takich obszarach jak: hydrologia, która jest badana w pracach: [Davison i Smith 1990; Katz, Parlagne i Naveau 2002]; ubezpieczenia [McNeil 1999] oraz finanse [Danielsson i de Vries 1997; McNeil 1998; Embrechts, Resnick i Samorodnitsky 1999; Gencay i Selcuk 2004].

W odniesieniu do rynku surowców energetycznych badania dotyczące szacowania wartości zagrożonej były rozważane w pracy Cabedo i Moya [2003], w której autorzy analizowali jakość prognoz VaR dla kursu gotówkowego ropy naftowej Brent od 1992 do 1998 roku. Fan i współautorzy [2008] wykorzystali model GARCH z uogólnionym rozkładem dla błędu (GED). Hung, Lee i Liu [2008] użyli prognoz zmienności z modelu GARCH do szacowania wartości zagrożonej kursu natychmiastowego ropy WTI oraz Brent, oleju opałowego, propanu oraz benzyny.

W przeciwieństwie do powyższych modeli, które odnoszą się do całkowitego rozkładu, teoria wartości ekstremalnych skupia się na „ogonach” rozkładu, które są zaledwie małą częścią całego rozkładu. W związku z tym wykorzystanie EVT jest lepsze aniżeli inne podejścia. Na przykład Krehbiel i Adkins [2005] rozważali teorię wartości ekstremalnych. Analizowali ceny ryzyka rynku NYMEX z wykorzystaniem teorii wartości ekstremalnych. Marimoutou, Raggad i Trabelsi [2009] prowadzili podobne badania – z zastosowania EVT. Szacowali VaR kursu natychmiastowego ropy naftowej WTI i ropy Brent.

Celem niniejszego artykułu jest zastosowanie teorii wartości ekstremalnych do wyznaczenia wartości zagrożonej oraz warunkowej wartości zagrożonej (CVaR) dla rynku surowców energetycznych. Wyliczono VaR i CVaR przy użyciu uogólnionego rozkładu Pareto oraz porównano je z wynikami otrzymanymi z zastosowaniem historycznej symulacji.

1. Teoria wartości ekstremalnych

Istnieją dwa typy metod służących do modelowania wartości ekstremalnych. Pierwszy z nich oparty jest na modelu „bloków maksymalnych” (*block*

maxima). Jest to model odpowiedni dla dużej liczby obserwacji wybranych z dużej próby. Obserwacje pochodzą z niepokrywających się, równych bloków [McNeil 1999].

Bardziej efektywnym podejściem do modelowania ekstremalnych wydarzeń jest tak zwany model przekroczeń (*peak over threshold model* – POT), który pozwala na estymację ogona rozkładu zwrotów przekraczających przyjęty próg. Model POT ma większe zastosowanie w praktyce, gdyż lepiej dopasowuje się do często nielicznych danych wartości ekstremalnych [McNeil 1999]. Niniejsza praca skupia się właśnie na modelu POT.

Dla danej zmiennej losowej oraz wartości progowej u rozkład przekroczeń powyżej wartości progowej zdefiniujemy jako [McNeil, Frey i Embrechts 2005]:

$$F_u(x) = P(X - u \leq x \mid X > u) = \frac{F(x + u) - F(u)}{1 - F(u)}, \quad (1)$$

gdzie F jest nieznaną dystrybuantą rozkładu zmiennej losowej X .

Jeżeli jest wystarczająco dużą wartością, to według twierdzenia Gnedenko–Pickandsa–Balkema–de Haana [Balkema i de Haana 1974], dystrybuanta warunkowa $F_u(y)$ ma rozkład graniczny, który jest uogólnionym rozkładem Pareto GPD (*generalized Pareto distribution*) z dystrybuantą postaci [Dowd 2002]:

$$G_{\xi, \beta}(x) = \begin{cases} 1 - \left(1 + \frac{\xi x}{\beta}\right)^{-1/\xi} & \text{dla } \xi \neq 0, \\ 1 - e^{-\left(\frac{x}{\beta}\right)} & \text{dla } \xi = 0, \end{cases} \quad (2)$$

gdzie $\beta > 0$ oraz $x \geq 0$.

W rozkładzie tym wyróżniamy dwa parametry: β , czyli tak zwany parametr skali, oraz ξ tzw. parametr kształtu, który odpowiada za grubość ogona rozkładu. Chcąc oszacować dystrybuantę rozkładu Pareto, musimy wybrać rozsądną wielkość wartości progowej u , która jest zależna od ilości obserwacji n oraz wartości N_u , czyli ilości wartości przekroczeń progu u . Wybór wartości u ma wpływ na otrzymane wartości estymatorów.

Dystrybuanta rozkładu Pareto jest postaci [Dowd 2002]:

$$F(x) = (1 - F(u))G_{\xi, \beta}(x - u) + F(u), \quad (3)$$

gdzie $x > u$.

Jeżeli wyestymujemy wartość $F(u)$, która jest ilorazem ilości wartości nieprzekraczających próg u , do liczby wszystkich obserwacji, czyli $F(u) = \frac{n - N_u}{n}$, to równanie (3) przyjmuje postać [Dowd 2002]:

$$F(x) = 1 - \frac{N_u}{n} \left[1 + \xi \frac{x - u}{\beta} \right]^{-1/\xi}. \quad (4)$$

Pierwszy etap badania polega na wyestymowaniu parametrów uogólnionego rozkładu Pareto. W tym celu korzystamy z metody największej wiarygodności. Dla wystarczająco dużego progu u mamy $F_u(x) = G_{\xi, \beta}(x)$, gdzie $0 \leq x \leq x_F - u$ i $\xi \in \mathbb{R}$, $\beta > 0$. Ponadto dane mamy zmienne $X_1, \dots, X_n$ oraz losową liczbę N_u osiagającą próg u . Oznaczmy dla uproszczenia dane zmienne losowe jako $\tilde{X}_1, \dots, \tilde{X}_{N_u}$. Dla każdej z tych zmiennych, przekraczającej próg, obliczamy resztę $Y_j = \tilde{X}_j - u$ dla funkcji przekraczającej stratę. Następnie chcemy wyestymować parametry rozkładu GPD w taki sposób, aby dopasować ten rozkład dla N_u funkcji przekraczającej stratę [McNeil, Frey i Embrechts 2005].

Oznaczmy przez $g_{\xi, \beta}$ funkcję gęstości rozkładu GPD, wtedy [McNeil, Frey i Embrechts 2005]:

$$\begin{aligned} \ln L(\xi, \beta, Y_1, \dots, Y_{N_u}) &= \sum_{j=1}^{N_u} \ln g_{\xi, \beta}(Y_j) = \\ &= -N_u \ln \beta - \left(1 + \frac{1}{\xi} \right) \sum_{j=1}^{N_u} \ln \left(1 + \xi \frac{Y_j}{\beta} \right). \end{aligned} \quad (5)$$

Funkcję tę maksymalizujemy pod warunkiem, że $\beta > 0$ oraz $1 + \xi \frac{Y_j}{\beta} > 0$ dla każdego j .

Jeżeli wybierzemy zbyt dużą wartość progu, może to spowodować zmniejszenie liczby obserwacji niezbędnych do wyznaczenia wartości estymatorów, co w konsekwencji zwiększa wariancję. Wybranie zbyt niskiego progu skutkuje obciążeniem estymatora, gdyż do opisu „ogona” rozkładu użyto by zbyt dużo centralnych obserwacji [Trzpiot 2010].

Najczęściej używaną metodą wyboru progu jest metoda graficzna, w której wykorzystywany jest wykres funkcji wartości oczekiwanej przekroczenia (*mean excess*). Funkcja gęstości przekroczenia F_u opisuje rozkład strat przekroczeń ponad próg u , pod warunkiem że u jest osiągalne. Funkcja wartości oczekiwanej przekroczeń opisuje wartość oczekiwaną F_u i dana jest wzorem [McNeil, Frey i Embrechts 2005]:

$$e(u) = E(X - u \mid X > u). \quad (6)$$

Dla zmiennej losowej X oraz funkcji gęstości $F = G_{\xi, \beta}$, funkcję gęstości przekroczeń można obliczyć ze wzoru:

$$F_u(x) = G_{\xi, \beta(u)}(x), \quad (7)$$

gdzie $\beta(u) = \beta + \xi u$.

Wtedy funkcja wartości oczekiwanej przekroczenia dana jest równaniem:

$$e(u) = \frac{\beta + \xi u}{1 - \xi}. \quad (8)$$

Funkcja $e(u)$ powinna być funkcją liniową, co stanowi kryterium wyboru wartości u [Trzpiot 2010].

Czasami wybiera się jako próg wartość 5 lub 10% obserwacji w zależności od liczebności próby. W niniejszym artykule zastosowano tę metodę wyboru progów.

2. Wyznaczenie wartości zagrożonej oraz warunkowej wartości zagrożonej

Wartość zagrożona jest jedną z powszechnie używanych miar ryzyka. Najprościej odpowiada ona na pytanie: ile możemy maksymalnie stracić w danym czasie, z określonym prawdopodobieństwem [Jorion 1997]. Ze statystycznego punktu widzenia VaR jest kwantylem rozkładu stóp zwrotu. W niniejszej pracy do szacowania wartości zagrożonej wykorzystujemy teorię wartości ekstremalnych oraz historyczną symulację.

Model POT

Model POT jest łatwiejszy do zastosowania, ze względu na ograniczoną liczbę danych z ogona rozkładu. W celu wyznaczenia wartości zagrożonej stosujemy wzór (4). Wtedy [Dowd 2002]:

$$\text{VaR} = u + \frac{\beta}{\xi} \left[\left(\frac{n}{N_u} (1 - \alpha) \right)^{-\xi} - 1 \right], \quad (9)$$

gdzie α jest współczynnikiem ufności (bliskim 1) dla VaR.

Warunkową wartość zagrożoną (*expected shortfall* – CVaR) możemy najprościej zdefiniować jako wartość oczekiwaną straty pod warunkiem, że strata ta przekroczy wartość zagrożoną dla danego poziomu ufności [Rockafellar i Uryasev 2000].

Stosując uogólniony rozkład Pareto, wyznaczamy warunkową wartość zagrożoną ze wzoru:

$$\text{CVaR} = \frac{\text{VaR}_\alpha}{1-\xi} + \frac{\beta - \xi u}{1-\xi}. \quad (10)$$

Historyczna symulacja

Pierwszą, powszechnie używaną metodą oszacowania wartości zagrożonej jest historyczna symulacja. Jest to najprostsza i najbardziej zrozumiała metoda obliczania wartości zagrożonej. Polega ona na wykorzystaniu danych historycznych, czyli historycznych stóp zwrotu danego instrumentu finansowego, które umożliwiają określenie empirycznego rozkładu stóp zwrotu. Pozwala to na określenie wartości zagrożonej poprzez wyznaczenie kwantyla tego rozkładu [Jajuga 2007].

3. Dane

W niniejszym artykule wyznaczono wartość zagrożoną i warunkową wartość zagrożoną, wykorzystując uogólniony rozkład Pareto. Wyniki tych obliczeń porównano z wynikami wyznaczenia VaR przy użyciu klasycznego podejścia (wyznaczenie odpowiedniego kwantyla). Analizowano szereg r_t dziennych logarytmicznych stóp zwrotu, które obliczono na podstawie wzoru:

$$r_t = 100(\ln P_t - \ln P_{t-1}). \quad (11)$$

Notowania stóp zwrotu rozważanych surowców energetycznych pochodzą z okresu od 2 stycznia 2007 do 28 marca 2013 roku, co daje 1595 stóp zwrotu. Wybrano tak długi okres, aby umożliwić estymację parametrów rozkładu Pareto.

W tabeli 1 umieszczono statystyki opisowe rozważanych logarytmicznych stóp zwrotu z surowców energetycznych. Stopy zwrotu rozważanych paliw energetycznych mają dodatnią średnią wartość stóp zwrotu. Tylko jeden surowiec, olej napędowy, ma prawostronną skośność, natomiast pozostałe mają

Tabela 1. Statystyki opisowe rozważanych stóp zwrotu

Statystyki	Ropa Brent	Ropa WTI	Olej napędowy	Benzyna	Olej grzewczy
Minimum	-12,59	-12,96	-9,64	-11,50	-9,49
Maksimum	11,79	18,59	11,26	13,00	8,39
Średnia	0,02	0,01	0,00	0,02	0,02
Odchylenie standardowe	2,2858471	2,4937670	2,0024554	2,4688567	2,0383759
Skośność	-0,2800958	-0,0351469	0,0925420	-0,2560778	-0,2037483
Kurtoza	6,6786983	7,5330782	6,0589629	6,4081596	4,9185841

lewostronną skośność. Kurtoza dla danych stóp zwrotu jest większa aniżeli 3, więc badane rozkłady nie są rozkładami normalnymi. Należy również zwrócić uwagę na to, że zarówno najmniejszą minimalną, jak i największą maksymalną dodatnią stopę zwrotu osiągnęła ropa WTI.

Rysunek 1 przedstawia zachowanie się cen ropy Brent i ropy WTI. Można zauważyć przybliżony ruch cen obu surowców energetycznych. Pierwszy gwałtowny wzrost ceny ropy nastąpił w lipcu 2008 z około 50 dolarów za baryłkę – z początku okresu badania – aż do 150 dolarów za baryłkę. Bezpośrednimi przyczynami gwałtownego wzrostu, po pierwsze, były obawy o zakłócenia w dostawach surowca z Iranu spowodowane manewrami wojennymi przeprowadzanymi przez izraelską armię nad Irakiem, które mogły sugerować atak na Iran. Po drugie, w Nigerii organizacja Ruch Wyzwolenia Deltę Nigru (MEND) zapowiedziała wznowienie ataków na instalacje produkcyjne i przesyłowe ropy naftowej.

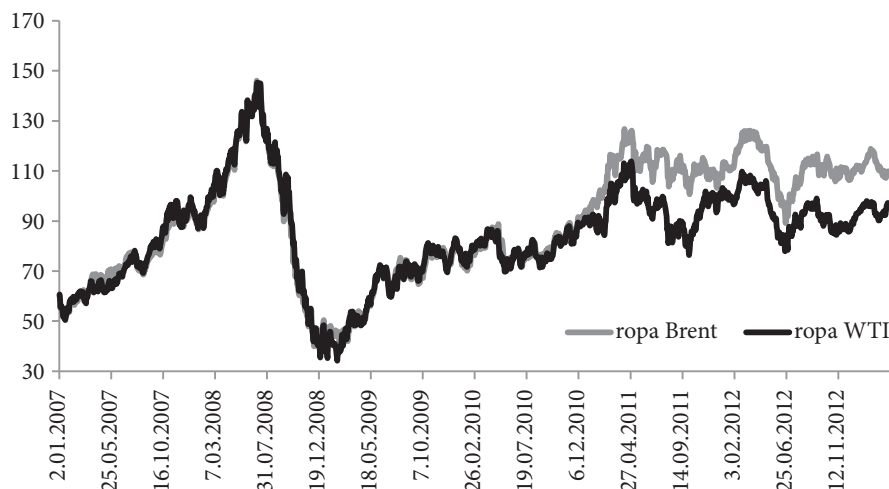
We wrześniu 2008 roku upadł bank inwestycyjny Lehman Brothers. Dzień jego upadku uznaje się za początek światowego kryzysu finansowego. Spowolnienie gospodarcze przyczyniło się do tego, że na początku 2009 roku cena baryłki ropy Brent spadła do poziomu 40–45 dolarów. Na początku 2010 roku cena wzrosła do poziomu 75–80 dolarów.

Protesty niezadowolenia społecznego, jakie wybuchły na początku 2011 roku w krajach Afryki i Bliskiego Wschodu, spowodowały, że cena ropy naftowej poszybowała w górę. W styczniu 2011 roku baryłka Brent kosztowała średnio ponad 96 dolarów. W Libii 17 lutego 2011 roku wybuchły masowe protesty przeciw długoletniemu panowaniu pułkownika Kaddafiego. Doszło do starć zbrojnych, co natychmiast przyczyniło się do tego, że już 24 lutego cena ropy naftowej wzrosła do 120 dolarów; 2 marca 2011 roku cena nieznacznie spadła do 116 dolarów za baryłkę.

Irański serwis informacyjny 1 marca 2012 roku podał, że wybuchł rurociąg w Arabii Saudyjskiej. Informacja ta, jak się później okazało nieprawdziwa, spowodowała skok ceny ropy Brent do 128 dolarów. Cena baryłki ropy Brent w tamtym okresie wyniosła około 120 dolarów, o 20% więcej niż na początku roku.

W Sudanie wystąpił konflikt, który również się przyczynił w dużej mierze do światowego spadku podaży ropy i tym samym wpłynął na wzrost cen surowca.

Kolejne zakłócenia w światowych dostawach ropy naftowej są skutkiem trwającego konfliktu w Syrii i nałożonego na ten kraj embarga, strajku pracowników sektora naftowego w Jemenie i modernizacji platform wiertniczych na Morzu Północnym.



Rysunek 1. Dzielne ceny ropy Brent i ropy WTI (cena w dolarach amerykańskich za baryłkę)

Tabela 2. Parametry uogólnionego rozkładu Pareto dla lewych i prawych „ogonów” rozkładu dla progu $u = 10\%$

Surowce energetyczne	Lewy ogon		Prawy ogon	
	β	ξ	β	ξ
Ropa Brent	2,411315	0,3	2,377689	-0,3
Ropa WTI	2,434506	0,3	2,363828	-0,3
Olej napędowy	1,603324	1,1	2,300342	-0,3
Benzyna	2,460540	0,3	2,424361	-0,3
Olej grzewczy	1,603092	1,1	1,423678	-1,1

Źródło: Obliczenia własne.

Z analizy danych zawartych w tabeli 2, w której umieszczono wyniki estymacji parametrów rozkładu GPD dla progów $u = 10\%$, wynika, że wartości parametru kształtu dla lewego „ogona” są dodatnie, natomiast dla prawego są ujemne. Najwyższe wartości indeksu lewego „ogona” należą do surowców: olej napędowy i olej grzewczy, co wiąże się z wyższym ryzykiem związanym z tymi surowcami. Co więcej, wartości indeksu lewego „ogona” każdego z rozważanych instrumentów są cięższe od prawych, co oznacza, że wysokie ujemne stopy zwrotu są bardziej prawdopodobne niż dodatnie.

Podobne wyniki można zaobserwować dla danych zawartych w tabeli 3, w której znajdują się wyniki estymacji parametrów rozkładu GPD dla progów $u = 5\%$. Wartości parametru kształtu dla lewego „ogona” są dodatnie, natomiast dla prawego są ujemne. Podobne są wartości wyestymowanych parametrów dla ropy WTI, oleju napędowego oraz oleju grzewczego bez względu na wybór progów. Może to być spowodowane tym, że wartości oszacowań ustabilizowały się już dla progów wyższych aniżeli 5%. Zatem w przypadku tych surowców energetycznych wybór progów pomiędzy 5 a 10% nie miał znaczenia. Można również przeprowadzić badanie, ukazujące przy jakim progu wartości wyestymowanych parametrów się stabilizują, jednakże to nie było głównym celem niniejszego badania.

Tabela 3. Parametry uogólnionego rozkładu Pareto dla lewych i prawych „ogonów” rozkładu dla progów $u = 5\%$

Surowce energetyczne	Lewy ogon		Prawy ogon	
	β	ξ	β	ξ
Ropa Brent	1,369552	1,1	2,331123	-0,3
Ropa WTI	2,414293	0,3	2,380679	-0,3
Olej napędowy	1,340253	1,1	2,332855	-0,3
Benzyna	1,894925	1,1	2,410998	-0,3
Olej grzewczy	1,510520	1,1	1,451648	-1,1

Źródło: Obliczenia własne.

Kolejny etap badania polegał na wyznaczeniu wartości zagrożonej (VaR) oraz warunkowej wartości zagrożonej (CVaR) przy użyciu teorii wartości ekstremalnych. Wartości te wyznaczono, korzystając ze wzorów (9) i (10). Wyniki tych obliczeń porównano z wynikiem wartości zagrożonej otrzymanej z historycznej symulacji (podejście klasyczne). Obliczenia wykonano dla poziomu $\alpha = 0,05$ – prawy ogon rozkładu (tabela 4) oraz dla $\alpha = 0,95$ (tabela 5).

Z tabeli 4 wynika, że jedynie dla surowca olej grzewczy wielkość wartości zagrożonej jest niższa, jeżeli zastosujemy teorię wartości ekstremalnych dla

Tabela 4. Oszacowanie VaR i CVaR dla poziomu $1 - \alpha = 0,95$ z wykorzystaniem teorii wartości ekstremalnych i podejściem klasycznym

Surowce energetyczne	GPD				VaR – podejście klasyczne
	10%		5%		
	VaR	CVaR	VaR	CVaR	
Ropa Brent	3,93	5,41	3,44	5,23	3,44
Ropa WTI	4,21	5,68	3,69	5,52	3,69
Olej napędowy	3,62	5,06	3,07	4,85	3,01
Benzyna	4,23	5,74	3,73	5,58	3,73
Olej grzewczy	3,18	3,49	3,25	3,94	3,25

Źródło: Obliczenia własne.

progu $u = 10\%$, aniżeli stosując metodę historycznej symulacji. Należy pamiętać o tym, że zarówno niedoszacowanie, jak i przeszacowanie wartości zagrożonej może się wiązać z poważnymi konsekwencjami dla firm zarządzających ryzykiem. Niedoszacowanie wartości zagrożonej może powodować brak płynności, natomiast przeszacowanie uniemożliwia wykorzystanie całkowitych środków na inwestycję. Wybór większej liczby obserwacji potrzebnej do oszacowania parametrów rozkładu ma wpływ na wielkość wartości zagrożonej. Prawie dla każdego z rozpatrywanych surowców (wyjątkiem jest olej grzewczy), wartość zagrożona osiąga większe wartości dla progu $u = 10\%$ aniżeli dla progu $u = 5\%$. Można również zaobserwować, że dla prawego „ogona” rozkładu wielkość wartości zagrożonej dla progu $u = 5\%$ jest prawie identyczna z wielkością VaR uzyskaną z podejścia klasycznego.

Wielkości wartości zagrożonej dla każdego rozważanego surowca (tabela 5) są niższe, jeżeli stosujemy teorię wartości ekstremalnych, niż gdy stosujemy podejście klasyczne. Zaobserwować można również, że dla ropy Brent i ben-

Tabela 5. Oszacowanie VaR i CVaR dla poziomu $1 - \alpha = 0,05$ z wykorzystaniem teorii wartości ekstremalnych i podejściem klasycznym

Surowce energetyczne	GPD				VaR – podejście klasyczne
	10%		5%		
	VaR	CVaR	VaR	CVaR	
Ropa Brent	-6,36	-4,60	-4,70	-5,23	-3,49
Ropa WTI	-6,65	-4,88	-8,69	-7,26	-3,93
Olej napędowy	-3,53	-4,86	-4,49	-5,03	-3,33
Benzyna	-6,78	-4,99	-5,79	-6,52	-4,11
Olej grzewczy	-3,62	-4,97	-4,70	-5,29	-3,34

Źródło: Obliczenia własne.

zyny wielkość wartości zagrożonej jest niższa dla progu $u = 10\%$ niż dla progu $u = 5\%$. Dla pozostałych surowców nie zachodzą podobne prawidłowości. Ponadto dla ropy WTI spostrzec można, że wielkości VaR są wyższe aniżeli CVaR. Dodatkowo wielkości VaR dla progu $u = 10\%$ i $u = 5\%$ są niższe niż wartości otrzymane poprzez zastosowanie podejścia klasycznego.

Podsumowanie

Głównym celem niniejszego artykułu było zastosowanie teorii wartości ekstremalnych do wyznaczenia wartości zagrożonej i warunkowej wartości zagrożonej dla rynku surowców energetycznych.

Wyznaczono wartość zagrożoną i warunkową wartość zagrożoną, wykorzystując teorię wartości ekstremalnych, a w szczególności użyto uogólniony rozkład Pareto. Wykorzystanie teorii wartości ekstremalnych jest korzystniejsze, gdyż umożliwia koncentrację na dokładniejszej estymacji jedynie ogona rozkładu, zamiast modelować cały rozkład. Wyniki tych oszacowań porównano z wynikami estymacji VaR przy użyciu klasycznego podejścia (historycznej symulacji).

Analizowano dzienne logarytmiczne stopy zwrotu pięciu surowców energetycznych: ropy Brent, ropy WTI, oleju napędowego, benzyny oraz oleju grzewczego. Wyniki przeprowadzonego badania pokazują, że w większości wypadków wartości VaR otrzymane z wykorzystania teorii wartości ekstremalnych są wyższe dla $\alpha = 0,05$ niż otrzymane z historycznej symulacji. W związku z tym korzystniejsze jest wykorzystanie teorii wartości ekstremalnych, gdyż niedoszacowanie wartości zagrożonej ma wpływ na płynność w przedsiębiorstwie. Ponadto można zaobserwować wyższe wartości CVaR aniżeli VaR, co wynika z samej definicji warunkowej wartości zagrożonej, gdyż jest to średnia wielkość wartości przekraczających VaR.

Bibliografia

- Balkema, A., Haan, L. de, 1974, *Residual Life Time at Great Age*, Annals of Probability, vol. 2.
Cabedo, J.D., Moya, I., 2003, *Estimating Oil Price Value at Risk Using the Historical Simulation Approach*, Energy Economics 25.
Davison, A.C., Smith, R.L., 1990, *Models for Exceedances over High Threshold*, Journal of Royal Statistic Society 52 (3).

- Danielsson, J., Vries, C.G. de, 1997, *Tail Index Estimation with Very High Frequency Data*, Journal of Empirical Finance 4.
- Dowd, K., 2002, *Measuring Market Risk*, John Wiley & Sons, Chichester.
- Embrechts, P., Resnick, S., Samorodnitsky, G., 1999, *Extreme Value Theory as a Risk Management Tool*, North American Actuary Journal 26.
- Fan, Y., Zhang, Y.J., Tsai, H.T., Wei, Y.M., 2008, *Estimating Value at Risk of Crude Oil Price and its Spillover Effect Using the GED-GARCH Approach*, Energy Economics 30.
- Fisher, R.A., Tippett, H.C., 1928, *Limiting Forms of the Frequency Distribution of the Largest and Smallest Member of a Sample*, Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, vol. 24.
- Gencay, R., Selcuk, F., 2004, *Extreme Value Theory and Value at Risk: Relative Performance in Emerging Markets*, International Journal of Forecasting 20.
- Hung, J.C., Lee, M.C., Liu, H.C., 2008, *Estimation of Value at Risk for Energy Commodities Via Fat-tailed GARCH Models*, Energy Economics 30.
- Jajuga, K., 2007, *Zarządzanie ryzykiem*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- Jorion, P., 1997, *Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk*, McGraw-Hill, New York.
- Katz, R.W., Parlange, M.B., Naveau, P., 2002, *Statistics of Extremes in Hydrology*, Advances in Water Resources 25.
- Krehbiel, T., Adkins, L.C., 2005, *Price Risk in the NYMEX Energy Complex: An Extreme Value Approach*, Journal of Futures Markets 25 (4).
- Marimoutou, V., Raggad, B., Trabelsi, A., 2009, *Extreme Value Theory and Value at Risk: Application to Oil Market*, Energy Economics 31.
- McNeil, A.J., 1998, *Calculating Quantile Risk Measures for Financial Time Series Using Extreme Value Theory*, Department of Mathematics.
- McNeil, A.J., 1999, *Extreme Value Theory for risk managers*, Mimeo ETZH Zentrum, Zurich.
- McNeil, A.J., Frey, R., Embrechts, P., 2005, *Quantitative Risk Management*, Princeton University Press, New Jersey.
- Rockafellar, R.T., Uryasev, S., 2000, *Optimization of Conditional Value-at-Risk*, The Journal of Risk, vol. 2, no. 3.
- Schofield, N.C., 2007, *Commodity Derivatives. Markets and Applications*, John Wiley & Sons Ltd.
- Trzpiot, G., 2010, *Wielowymiarowe metody statystyczne w analizie ryzyka inwestycyjnego*, Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa.