

DOI: 10.18559/SOEP.2015.9.2

Wiesław Łuczyński

Uniwersytet Ekonomiczny Poznań, Katedra Finansów Międzynarodowych
w.luczynski@ue.poznan.pl

ZASTOSOWANIE ANALIZY WIDMA WZAJEMNEGO W BADANIU DYNAMIKI INDEKSU GIEŁDOWEGO DAX

Streszczenie: Kwadrat koherencji zmiennych niezależnych oraz dynamiki indeksu giełdowego DAX dla niskich częstotliwości przyjmuje mniejsze wartości niż dla częstotliwości wysokich.

Widmo fazowe DAX i dynamiki bezrobocia wykazuje liniową i dodatnią zależność dla niskich częstotliwości (dla których obserwujemy duże wartości kwadratu koherencji). Sugeruje to, że zmiany długich fal dynamiki bezrobocia wyprzedzają odpowiednie zmiany w dynamice indeksu giełdowego DAX. Natomiast w przypadku widma fazowego DAX i cen dóbr przemysłowych zależność liniowa jest ujemna, co wskazuje na opóźnienie zmian cen dóbr przemysłowych względem zmian indeksu giełdowego DAX.

Przeprowadzona analiza widma wzajemnego wykazała, że w badanym okresie dynamika indeksu giełdowego DAX koreluje z dynamiką wybranych procesów gospodarczych w różnych częstościach cyklu koniunkturalnego. Można zatem mówić o przejawach skorelowanych zachowań cyklicznych. Na szczególne podkreślenie zasługuje wyjawienie zróżnicowanych przesunień fazowych oraz wzmocnienia zarówno w niskich, jak i w wysokich częstościach wahań cyklicznych badanych szeregów czasowych w gospodarce niemieckiej. Analiza widma wzajemnego może być zatem efektywnym narzędziem wspomagającym konstruowanie barometrów koniunktury, polityki stabilizacji czy ożywienia koniunktury gospodarczej.

Słowa kluczowe: analiza widma wzajemnego, gęstość widmowa, gęstość kospektralna, gęstość kwadraturowa, kwadrat koherencji, amplituda mieszana, widmo fazowe, wzmocnienie.

Klasyfikacja JEL: C22, E32.

APPLYING CROSS-SPECTRAL ANALYSIS IN RESEARCH ON THE DYNAMICS OF THE DAX SHARE INDEX

Abstract: The squared coherency of independent variables and dynamics of the DAX share index for low frequencies assumes considerably lower values than for high frequencies.

The phase spectrum (phase shift) of the DAX share index and unemployment demonstrate the linear and positive relationship for low frequencies (where we observe considerable values for the squared coherency). It would suggest that long term changes in unemployment lead to appropriate changes in the dynamics of DAX share index. However in case of the DAX spectrum and the prices of industrial goods the linear relationship is negative which suggests a lag in changes in prices of industrial goods in relation to changes in the DAX share index.

The cross-spectral research carried out shows that in the period analysed the dynamics of a DAX share index are correlated with the dynamics of selected economic processes in different frequencies of the trade cycle. It is then possible to talk about the symptoms of correlated cyclical behaviour. On examining a period of time in the German economy diversified phase spectrums and gains in low as well as in high frequencies of cyclical fluctuations were revealed and deserves special mention. Therefore cross-spectral analysis can be an effective tool supporting the process of the construction of barometers of economic activity and the policy of stabilization or economic recovery.

Key words: cross-spectral analysis, spectral density, cross-density, quadrature density, squared coherency, cross-amplitude, phase spectrum (phase shift), gain.

Wstęp

Oszacowanie widma procesu stochastycznego na podstawie danych szeregu czasowego nazywa się analizą widmową (spektralną). Punktem wyjścia tej analizy jest periodogram, który wskazuje wagę reprezentacji częstotliwościowej poszczególnych fal w empirycznym szeregu czasowym. Periodogram został po raz pierwszy wprowadzony przez A. Schuster w 1898 roku w celu wyjawienia, ukrytej w meteorologicznych szeregach czasowych, periodyczności [1898]. Właściwa funkcja gęstości widmowej sprowadza się w istocie do procedury wygładzania periodogramu.

Analiza widmowa (spektralna, *spectral analysis*) służy poznaniu struktury harmonicznej szeregów czasowych. Polega ona na dekompozycji szeregu czasowego na kilka funkcji sinus i cosinus o różnych okresach. Termin „widmo”, „spektrum” przejęte zostało przez ekonomię z chemii: przepuszczenie białego światła słonecznego przez pryzmat pozwala odseparować składniki cykliczne o różnych okresach. W wyniku otrzy-

ujemy spektrum kolorów składających się światło słoneczne. Dzięki temu można zidentyfikować pierwiastki będące źródłami światła gwiazd. Identyfikując podstawowe składniki cykliczne światła gwiazd można ustalić skład materii gwiazdnej. Analiza widma szeregu czasowego jest swoistym „pryzmatem”, przez który „przepuszczany” jest dany szereg w celu ustalenia jego okresowości, amplitudy i ich wkładu w dynamikę szeregu. Dzięki takiej analizie odkryć można w danym szeregu czasowym kilka cyklów o różnych okresach i amplitudach, o różnym wkładzie w ogólną dynamikę szeregu. Ich połączenie w jeden szereg nadaje jemu cechy „białego” szumu o płaskim widmie¹.

Analiza widma wzajemnego (analiza cross-spektralna) jest w istocie połączoną i jednoczesną analizą widma dwóch szeregów. Celem jej jest ustalenie związków i zależności (korelacji, kowariancji, koincydencji) występujących pomiędzy dwoma szeregami dla tych samych częstotliwości. Aktywność gospodarcza może oddziaływać na oceny stanu obecnej (diagnozy) i przyszłej (prognozy) koniunktury gospodarczej w przemyśle i w budownictwie, także na koniunkturę giełdową [Fouet 1981, s. 13–14]. Na indeksy giełdowe będą oddziaływać dane makroekonomiczne dotyczące sprzedaży, zatrudnienia, bezrobocia, eksportu, importu, cen. Jeśli tak, to gdybyśmy poddali szereg dynamiki indeksu giełdowego DAX, diagnozy i prognozy w przemyśle i w budownictwie analizie widma wzajemnego łącznie z danymi produkcji wybranych gałęzi, zatrudnienia, bezrobocia, wielkości sprzedaży, cen, handlu zagranicznego, to moglibyśmy zweryfikować, czy ogólna aktywność gospodarcza rzeczywiście koreluje z aktywnością wymienionych obszarów gospodarczych w określonych częstościach cyklu koniunkturalnego, czy w badanym obszarze można mówić o przejawach skoordynowanych (skorelowanych) zachowań cyklicznych.

Proces dwuwymiarowy $\begin{bmatrix} x_t \\ y_t \end{bmatrix}$, $t \in N$ traktujemy jako stacjonarny, jeżeli każda jego składowa jest jednowymiarowym procesem stacjonarnym, tzn. $cov(x_s, y_{s+j}) = cov(x_t, y_{t+j}) \forall (s, t, j)$. Funkcję autokowariancji stacjonarnego dwuwymiarowego procesu $\Gamma(j)$ definiujemy jako

¹ Analizie widmowej poświęcone są klasyczne już prace Blackman i Tukey [1959]; Granger i Hatanaka [1964]; Jenkins i Watts [1968]; Brigham [1974]; Koopmans [1974]; Brillinger [1975]; Bloomfield [1976]; Childers [1978]; Priestley [1981]; Elliot i Rao [1982]; Thomson [1982]; Kesler [1986]; Talaga i Zieliński [1986]; Marple [1987]; Kay [1988]; Shumway 1988; Wei 1989; Cohen 1995; Naidu 1996; Stoica i Moses 1997].

$\Gamma(j) = \begin{bmatrix} \gamma_{xx}(j) & \gamma_{xy}(j) \\ \gamma_{yx}(j) & \gamma_{yy}(j) \end{bmatrix}$, gdzie $\gamma_{xx}(j) = \text{cov}(x_t, x_{t-j})$, $\gamma_{yy}(j) = \text{cov}(y_t, y_{t-j})$,
 $\gamma_{xy}(j) = \text{cov}(x_t, y_{t-j})$, $\gamma_{yx}(j) = \text{cov}(y_t, x_{t-j})$.

Jeżeli $\sum_{j=-\infty}^{\infty} |\gamma_{xx}(j)|$, $\sum_{j=-\infty}^{\infty} |\gamma_{yy}(j)|$, $\sum_{j=-\infty}^{\infty} |\gamma_{xy}(j)|$, $\sum_{j=-\infty}^{\infty} |\gamma_{yx}(j)| < \infty$, wówczas funkcję $f(\omega) = \begin{bmatrix} f_{xx}(\omega) & f_{xy}(\omega) \\ f_{yx}(\omega) & f_{yy}(\omega) \end{bmatrix} = \frac{1}{2\pi} \sum_{j=-\infty}^{\infty} e^{-i\omega j} \Gamma(j)$ nazywać

będziemy widmem (spektrum) lub funkcją gęstości widmowej (spektralnej) procesu dwuwymiarowego. Elementy przekątnej

$f_{xx}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \sum_{j=-\infty}^{\infty} \gamma_{xx}(j) e^{-i\omega j}$, $f_{yy}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \sum_{j=-\infty}^{\infty} \gamma_{yy}(j) e^{-i\omega j}$ funkcji $f(\omega)$ to

właśnie gęstość widmowa jednowymiarowego procesu x_t i y_t , $t \in \mathbb{N}$. Natomiast

funkcje $f_{xy}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \sum_{j=-\infty}^{\infty} \gamma_{xy}(j) e^{-i\omega j}$ i $f_{yx}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \sum_{j=-\infty}^{\infty} \gamma_{yx}(j) e^{-i\omega j}$

to funkcje wzajemnej gęstości widmowej (*cross spectral density*).

Widmo procesu jednowymiarowego f_{xx} lub f_{yy} można przeformułować na model strukturalny. Zdekomponowanie szeregu wyjściowego jako sumy funkcji składowych sinus i cosinus z różnymi częstotliwościami sprowadzałaby się w tym modelu do problemu regresji wielorakiej. W modelu tym zmienną objaśnianą jest wyjściowy szereg czasowy, a zmiennymi objaśniającymi są funkcje sinusoidalne dla wszelkich możliwych częstotliwości. Analiza widmowa ustali zależność wzajemną funkcji sinusoidalnych (sinus i cosinus) z różnymi częstotliwościami oraz empirycznymi danymi wyjściowymi. W sytuacji wysokiej korelacji (wysokich współczynników korelacji dla sinusa lub cosinusa) można przypuszczać występowanie wyraźnej okresowości w danej częstotliwości.

Widmo wzajemne f_{xy} można zapisać we współrzędnych kartezjańskich:

$$\begin{aligned} f_{xy}(\omega) &= \frac{1}{2\pi} \sum_{j=-\infty}^{\infty} \gamma_{xy}(j) e^{-i\omega j} = \\ &= \frac{1}{2\pi} \sum_{j=-\infty}^{\infty} \cos(\omega j) \gamma_{xy}(j) - i \frac{1}{2\pi} \sum_{j=-\infty}^{\infty} \sin(\omega j) \gamma_{xy}(j) = \\ &= c_{xy}(\omega) - i q_{xy}(\omega). \end{aligned}$$

Funkcje rzeczywiste $c_{xy}(w)$ oraz $q_{xy}(w)$ to, odpowiednio, gęstość kospektralna i gęstość kwadraturowa. Można też, odwrotnie, zamiast współrzędnych kartezjańskich użyć współrzędnych biegunowych: liczby zespolone opisuje układ współrzędnych, w których oś odciętych zawiera liczby rzeczywiste, a oś rzędnych – liczby urojone. Liczby zespolone mogą być przedstawione jako punkty takiej dwuwymiarowej płaszczyzny. Możemy zapisać, że $f_{xy}(\omega) = R_{xy}e^{i\varphi_{xy}(\omega)}$, gdzie $R_{xy}(w) \geq 0$ oraz $-p < \varphi_{xy}(w) < p$. Funkcja rzeczywista $R_{xy}(w)$ oraz $\varphi_{xy}(w)$ to, odpowiednio, amplituda mieszana (*amplitude spectrum* lub *gain*) i przesunięcie fazowe (widmo fazowe, kąt fazowy, *phase spectrum*). Kowariancję x_t i y_t można obliczyć jako całkę funkcji gęstości kospektralnej. Kospektrum w częstotliwości w wskazuje, jaka część kowariancji jest „odpowiedzialna” za wahania o częstotliwości w . Kospektrum może przyjmować wartości dodatnie w pewnych częstotliwościach i wartości ujemne w innych. Amplituda widma mierzy siłę liniowej zależności szeregów x_t i y_t w poszczególnych częstotliwościach. Miarą danej zależności jest funkcja kwadraturowa koherencji (gęstość kwadraturowa, *squared coherence function*):

$$\rho_{xy}^2(\omega) = \frac{R_{xy}^2}{f_{xx}(\omega)f_{yy}(\omega)} = \frac{|f_{xy}(\omega)|^2}{f_{xx}(\omega)f_{yy}(\omega)}, \text{ przy czym}$$

$$\rho_{xy}^2(\omega) = \rho_{yx}^2(\omega).$$

Widmo fazowe (*phase spectrum*) ustala, czy i na ile x_t , $t \in N$ poprzedza lub jest opóźnione względem y_t , $t \in N$, dla różnych częstotliwości. Jeżeli dane procesy nie są wzajemnie skorelowane, tzn. gdy $\gamma_{xy}(j) = 0 \forall j$, to

$$f_{xy}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \sum_{j=-\infty}^{\infty} e^{-i\omega j} \gamma_{xy}(j) = 0.$$

Ważnym elementem w analizie widma wzajemnego jest wzmocnienie y_t (zmienna zależna) względem x_t (zmienna niezależna) i, odwrotnie, x_t względem y_t .

1. Metody badawcze

We wstępnym „wybielaniu” danych miesięcznych (*prewhitening*, 543 danych styczeń 1969 – marzec 2013, liczonych jako miesiąc do analogicznego miesiąca roku poprzedniego, poza danymi Ifo-Institut diagnozy i prognozy koniunktury w przemyśle i w budownictwie), 23 szeregów czasowych Niemiec – w celu usunięcia z danych oryginalnych

składowej trendu stochastycznego – wykorzystano filtr Hodricka-Prescotta (w programie Gretl 1.9.91cvs, GNU, *regression, econometric i time-series library*). Uzyskane dane poddano procedurze standaryzacji w programie Statistica². Standaryzacja polegała na zamianie wartości wybranych zmiennych przez ich tzw. wartości standaryzowane obliczane jako: wartość standaryzowana = (wartość zmiennej – średnia)/odchylenie standardowe. Następnie w badaniu stacjonarności zestandaryzowanych danych wykorzystano w programie Gretl procedurę testu Dickey-Pantula autorstwa U. Rodriguez Ramirez³. Dane poddano także rozszerzenemu testowi R/S (Hurst) (*range scale analysis*), na istnienie pamięci krótkotrwałej (*short-range memory*). Odrzucenie hipotezy zerowej oznaczało przyjęcie hipotezy alternatywnej o występowaniu w testowanym szeregu pamięci długookresowej (*long-range memory*). Zmodyfikowany test R/S A.W. Lo zastosował D. Ventosa-Santaulària (ModRS-test) w programie Gretl [Lo 1991].

Częstym przypadkiem jest „przeciekanie” wariancji właściwej określonej częstotliwości do częstotliwości sąsiadujących z daną. Tak jest, ponieważ żadna z częstotliwości wynikających z obliczeń funkcji gęstości widmowej nie „trafia” dokładnie w daną częstotliwość. Periodogram może wykazywać duże wartości dla dwóch sąsiednich częstotliwości, podczas gdy w danych empirycznych występuje jedna silna funkcja sinus albo cosinus o częstotliwości znajdującej się pomiędzy tamtymi, co jest rezultatem liczby danych szeregu i liczby obliczeń funkcji gęstości widmowej. W literaturze przedmiotu zaleca się trzy metody podejścia do problemu przeciekania:

- 1) przez odpowiednie wydłużenie lub skrócenie szeregu czasowego;
- 2) przez temperowanie [McCoy, Walden i Percival 1998; Mitra i Kaiser 1993; Percival i Constantine 2005; Percival i Walden 1993; Riedel i Sidorenko 1995; Thomson 1982; Walden 1989] szeregu, co pozwoliłoby zredukować przeciekanie;
- 3) przez wygładzanie periodogramu.

² StatSoft, Inc. [2011]. STATISTICA (*data analysis software system*), version 10. www.statsoft.com.

³ Choć stochastyczne własności wielu ekonomicznych szeregów czasowych zostały w literaturze wystarczająco dobrze opisane jako procesy zintegrowane w stopniu pierwszym I(1), niektóre szeregi lepiej traktować jako procesy I(2). Rozważając problem testowania na istnienie podwójnego pierwiastka jednostkowego, D. Dickey i S.G. Pantula zaproponowali procedurę testowania, przyjmując dla hipotezy zerowej możliwie największą liczbę pierwiastków jednostkowych, następnie obniżając ją przy każdym kolejnym odrzuceniu hipotezy zerowej [Dickey i Pantula 1987; Pantula 1989].

W pracy, aby zredukować przeciekanie, zastosowano przed analizą widmową procedurę temperowania oraz wygładzania periodogramu. Procedura temperowania to transformacja szeregu poprzedzająca właściwą analizę widmową. Transformacja ta została uzasadniona przez P. Bloomfielda [1976, s. 80–94]. Określona część danych (proporcja p , przyjęliśmy $p = 15\%$) z początku oraz z końca szeregu została pomnożona przez następujące wagi:

$$\begin{aligned} w_t &= \{1 - \cos[p \times (t - 0,5)/m]\}/2 & (0 \leq t \leq m - 1) \\ w_t &= \{1 - \cos[p \times (N - t + 0,5)/m]\}/2 & (N - m \leq t \leq N - 1) \end{aligned}$$

gdzie m ustala się tak, aby $2 \times m/N$ równało się $p/N\%$. W naszym przypadku $m = 41$ ($N = 542$, liczba danych powinna być parzysta).

Analizując rzeczywiste dane, zazwyczaj nie dążymy do jak najdokładniejszego zidentyfikowania częstotliwości poszczególnych funkcji sinus lub cosinus. Z uwagi na silne wahania losowe zderzamy się raczej z problemem nadmiaru chaotycznych „szczytów” periodogramu. W takim przypadku staramy się wyróżnić przedziały bliskich częstotliwości mających względnie duży udział w ogólnej wariancji badanego szeregu. Osiąga się to, stosując wygładzenie periodogramu ważoną średnią ruchomą. Okno takiej średniej o szerokości m powinno być liczbą nieparzystą. W pracy zastosowano okno widmowe E. Parzena [1961] (zauważmy, że $p = (m - 1)/2$), w którym wagi średniej ruchomej dla poszczególnych częstości periodogramu obliczane są jako:

$$\begin{aligned} w_j &= 1 - 6 \times (j/p)^2 + 6 \times (j/p)^3, & (0 \leq j \leq 0,5 \times p) \\ w_j &= 2 \times (1 - j/p)^3, & (0,5 \times p < j \leq p) \\ w_j &= 0, & (j > p). \end{aligned}$$

Funkcje wagowe przyporządkują maksymalną wagę obserwacji znajdującej się w środku okna i malejące stopniowo wagi obserwacjom bardziej oddalonym od środka. (Zauważmy, że moduł szeregów czasowych w programie Statistica wystandaryzuje wagi tak, aby się sumowały do 1).

Badaniu poddane zostały następujące szeregi czasowe gospodarki niemieckiej (okres = P , liczba danych = D , poza danymi koniunkturalnymi dane przedstawione zostały jako indeksy łańcuchowe: analogicznie do miesiąca roku poprzedniego):

Tabela 1. Wybrane miesięczne szeregi czasowe gospodarki niemieckiej (1969–2014)

L.p.	Szereg czasowy	<i>P</i>	<i>D</i>	Symbol
1	Indeks giełdowy DAX	1969–2014	543	dax
2	Wydobycie węgla kamiennego	1969–2013	543	coal
3	Produkcja stali	1969–2013	543	steel
4	Produkcja cementu	1969–2013	543	cement
5	Produkcja energii elektrycznej	1969–2013	543	electri
6	Produkcja samochodów osobowych	1969–2013	543	cars
7	Produkcja przemysłowa ogółem	1969–2013	543	prod
8	Produkcja dóbr inwestycyjnych	1969–2013	543	inv
9	Produkcja surowców	1969–2013	543	row
10	Produkcja dóbr konsumpcyjnych	1969–2013	543	consum
11	Obroty przemysłu (nominalnie)	1969–2013	543	turn_n
12	Obroty przemysłu (realnie)	1969–2013	543	turn_r
13	Dynamika cen dóbr przemysłowych	1969–2013	543	cen_dyn
14	Wolne miejsca pracy	1969–2013	543	vacan
15	Zatrudnienie w przemyśle	1969–2013	543	employ
16	Bezrobocie ogółem	1969–2013	543	unemploy
17	Eksport	1969–2013	543	export
18	Import	1969–2013	543	import
19	Prognoza koniunktury w przemyśle	1969–2013	543	pr_prz
20	Diagnoza koniunktury w przemyśle	1969–2013	543	d_prz
21	Prognoza cen dóbr przemysłowych	1969–2013	543	pr_cen
22	Prognoza koniunktury w budownictwie	1969–2013	543	pr_bud
23	Diagnoza koniunktury w budownictwie	1969–2013	543	d_bud

Dane uzyskane zostały z miesięcznika Statistisches Bundesamt Wirtschaft und Statistik oraz z publikacji testów koniunktury w przemyśle i budownictwie Ifo-Institut für Wirtschaftsforschung w Monachium.

2. Badania empiryczne

Wyniki uzyskane w module Gretl DFP (*double unit root*) wskazują (z 1-procentowym prawdopodobieństwem popełnienia błędu) na stacjonarność wszystkich badanych szeregów czasowych:

```
? DFP (hp_dax)
```

```
Model 1: OLS, using observations 1969:03-2014:03 (T = 541)
```

```
Dependent variable: y1
```

	coefficient	std. error	t-ratio	p-value
y2	-0.774735	0.0419624	-18.46	2.30e-059 ***
Mean dependent var	-0.000733	S.D. dependent var	0.390403	
Sum squared resid	50.45503	S.E. of regression	0.305672	
R-squared	0.386968	Adjusted R-squared	0.386968	
F(1, 540)	340.8674	P-value(F)	2.30e-59	
Log-likelihood	-125.9286	Akaike criterion	253.8573	
Schwarz criterion	258.1507	Hannan-Quinn	255.5363	
rho	0.006147	Durbin-Watson	1.985809	

```
double unit root Test
```

```
Null Hypothesis: two unit roots,  $y \sim I(2)$ 
```

```
Test Statistic = -18.4626
```

```
p-value = 2.85916e-037
```

Wyniki zmodyfikowanej analizy przeskalowanego zakresu Lo [1991] uzyskane w module ModRS-test programu Gretl pozwalają na odrzucenie (z 1-procentowym prawdopodobieństwem popełnienia błędu) hipotezy zerowej o występowaniu we wszystkich badanych szeregach czasowych pamięci krótkookresowej na rzecz hipotezy alternatywnej o istnieniu pamięci długookresowej:

```
? ModRS_test (hp_dax, 8, 1)
```

```
Lo's (1991) Modified R/S (Hurst) Test
```

```
Null hypothesis: short-range memory
```

```
Alternative hypothesis: long-range memory
```

```
Note: this function uses the built-in function  
lrvar to compute the long-run variance (lrvar)
```

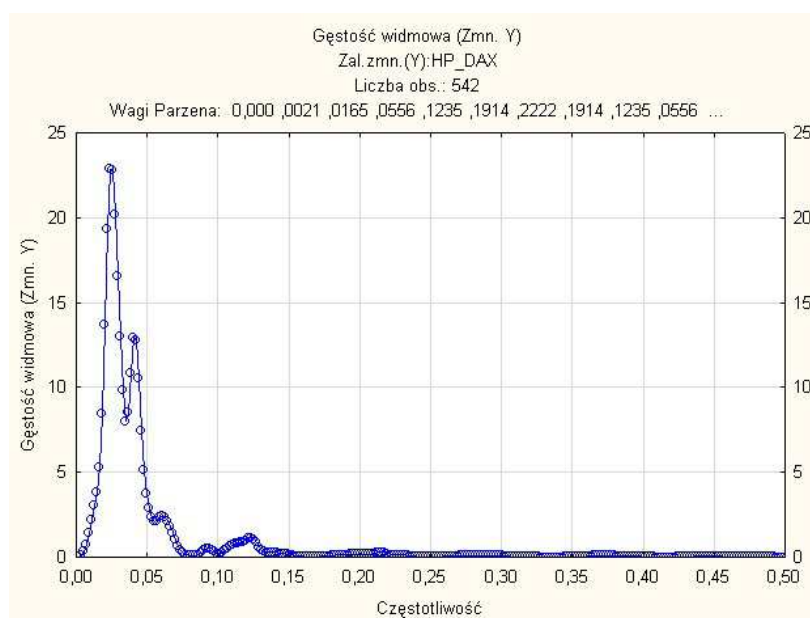
Lo's modified R/S statistic: 0.28108

Critical values: 0.721 and 2.098

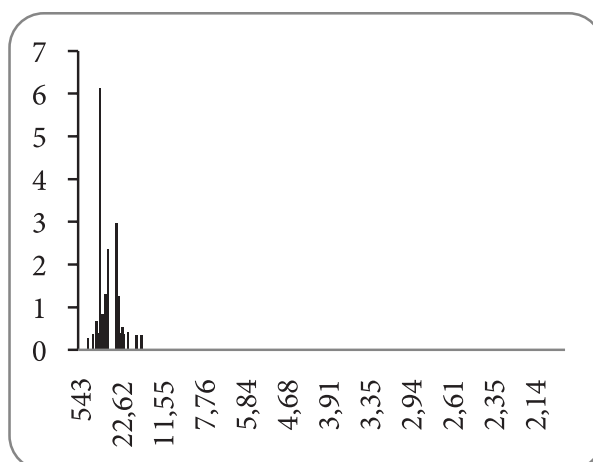
Ho rejected at 1 percent

Gęstość widmowa dynamiki indeksu giełdowego DAX (zmiennej zależnej) wskazuje na dominację cyklu 42-, 25- i 8-miesięcznego cyklu. Istotność częstotliwości szczytów widma badanych szeregów czasowych potwierdza test na istotność częstości periodogramu w programie Gretl zaproponowany przez T. Strykowski [2013, s. 147].

1.

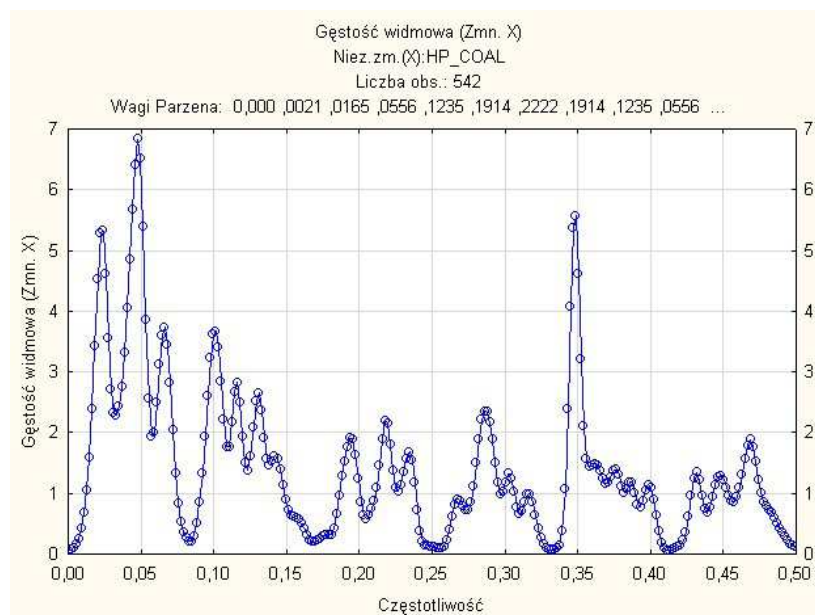


2.

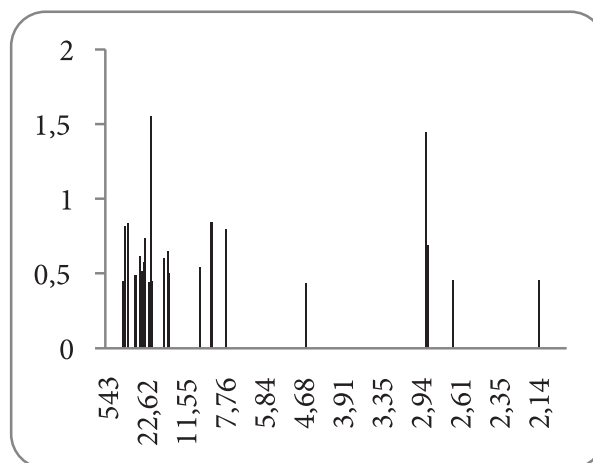


Rysunek 1–2. Gęstość widmowa (wykres 1) i istotne częstotliwości periodogramu (wykres 2) indeksu giełdowego DAX (dax, styczeń 1969 – marzec 2014)

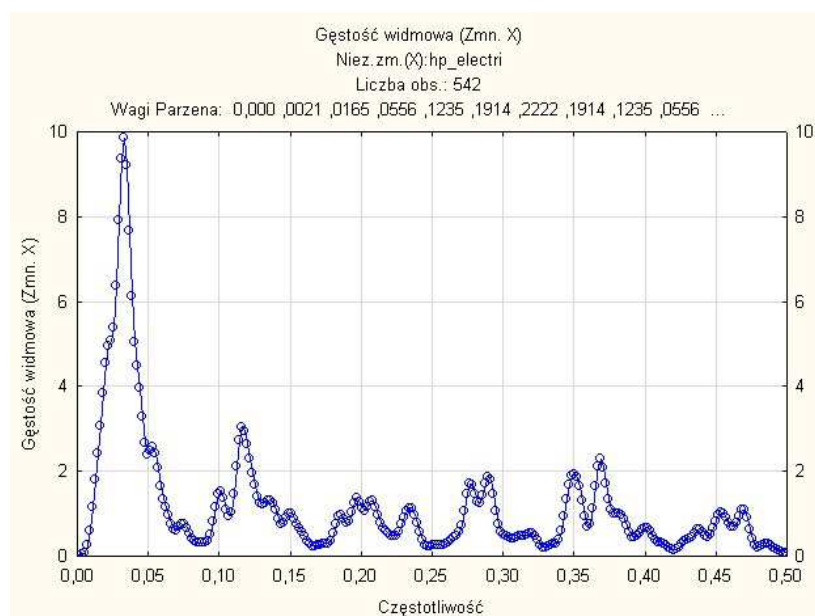
3.



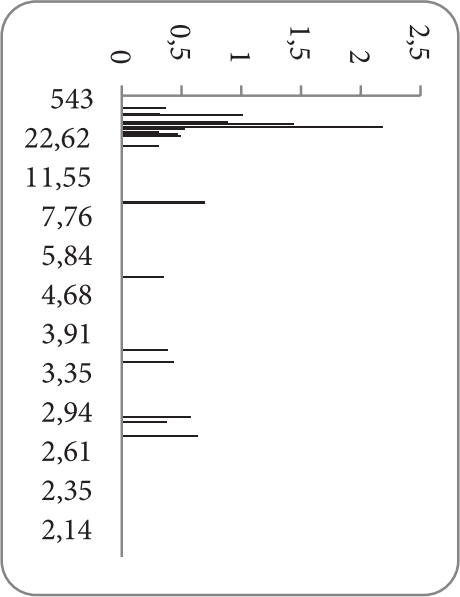
4.



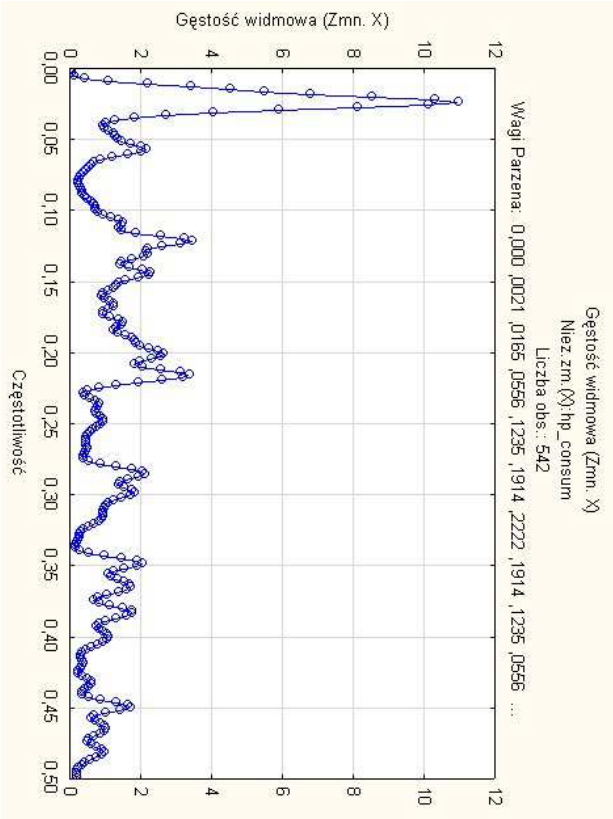
5.



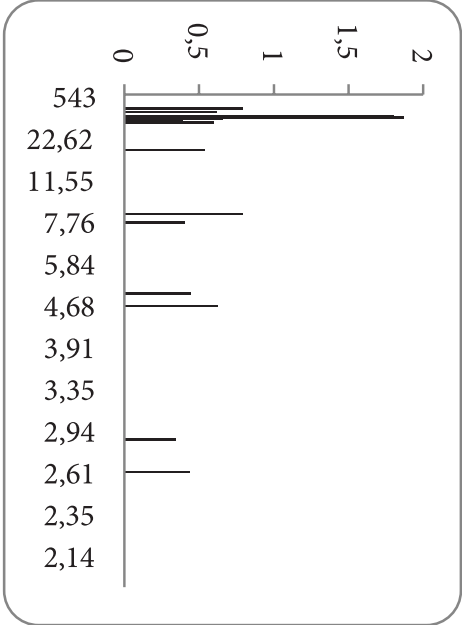
6.



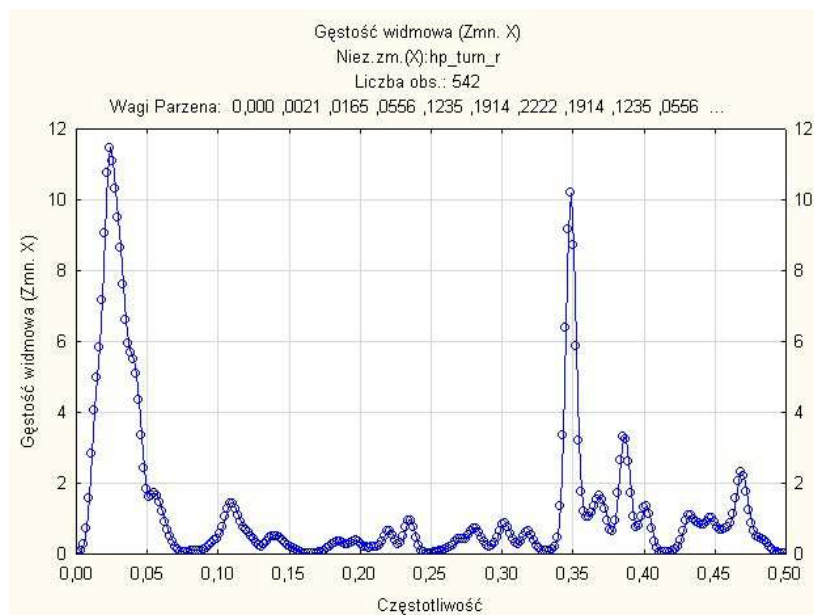
7.



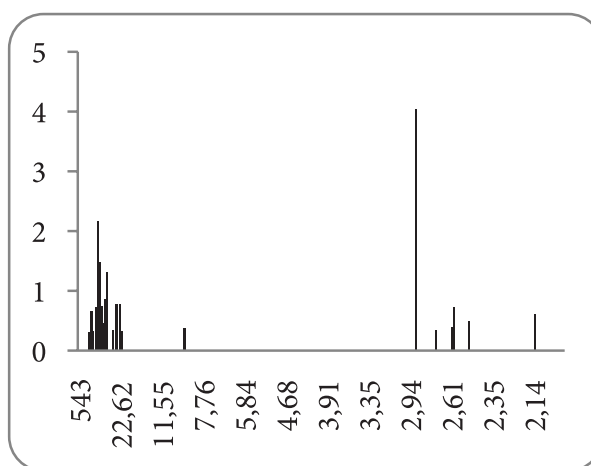
8.



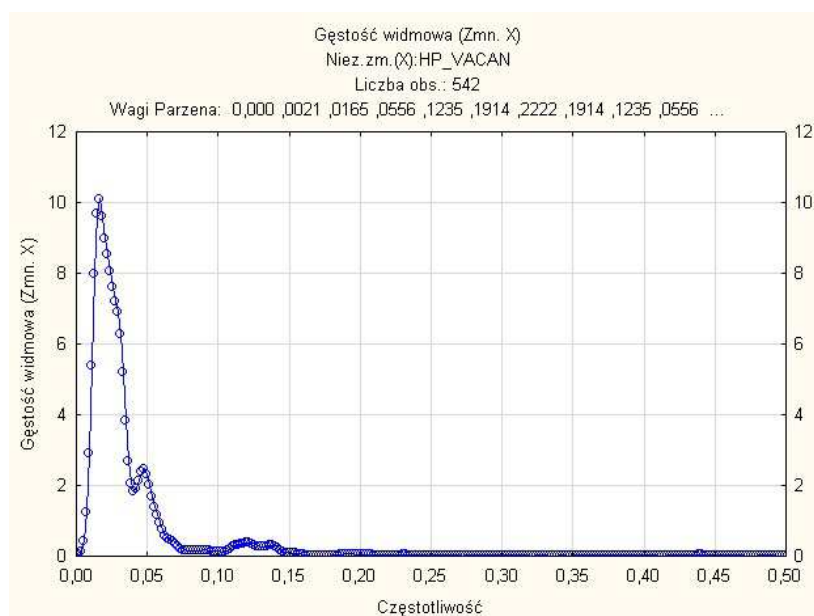
9.



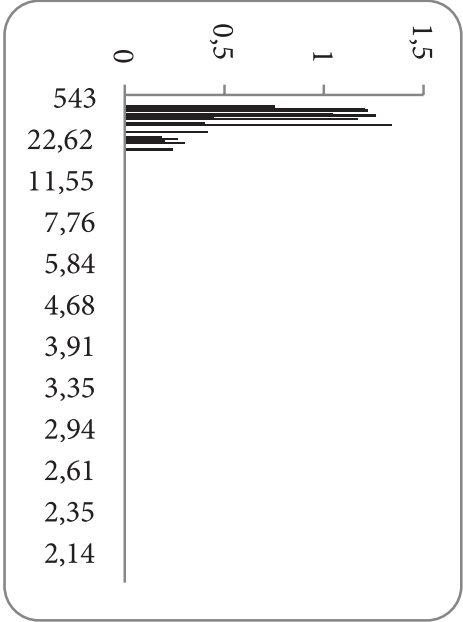
10.



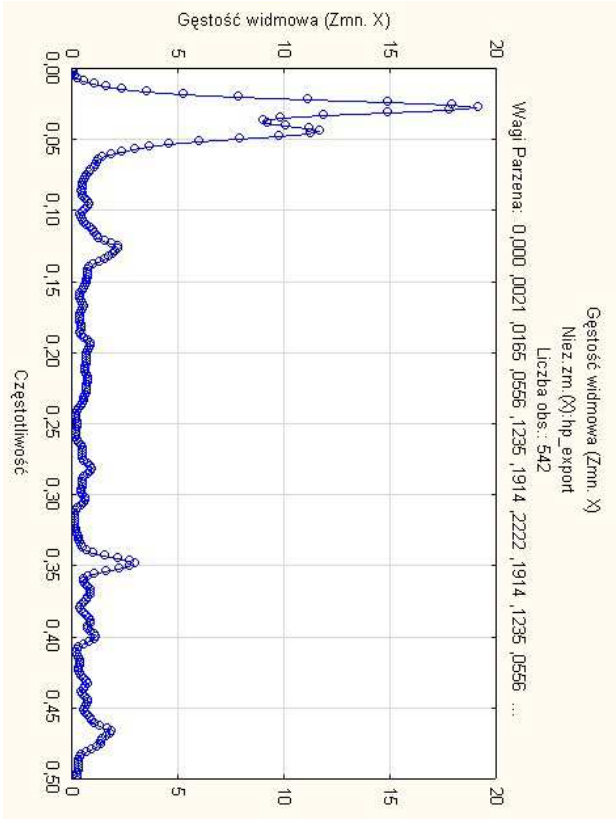
11.



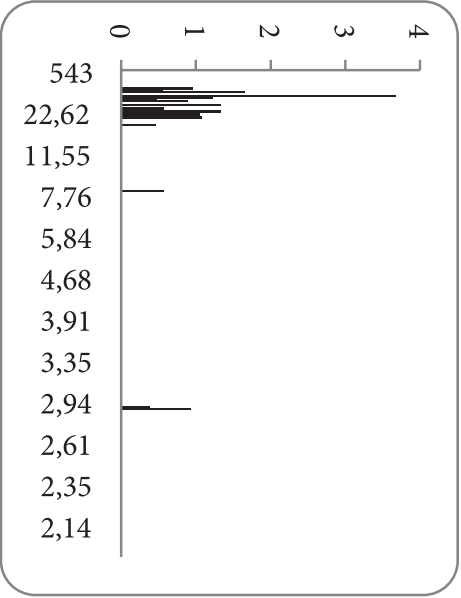
12.



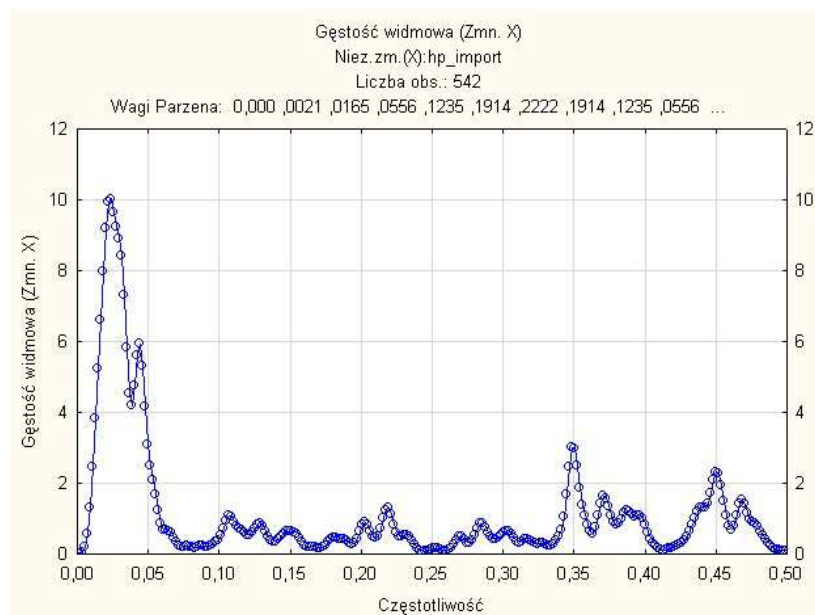
13.



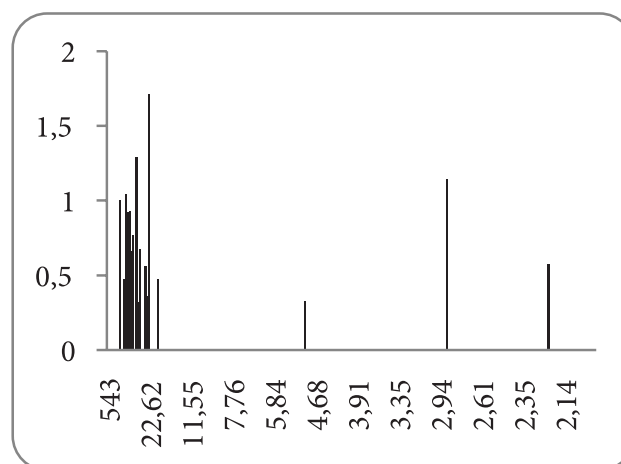
14.



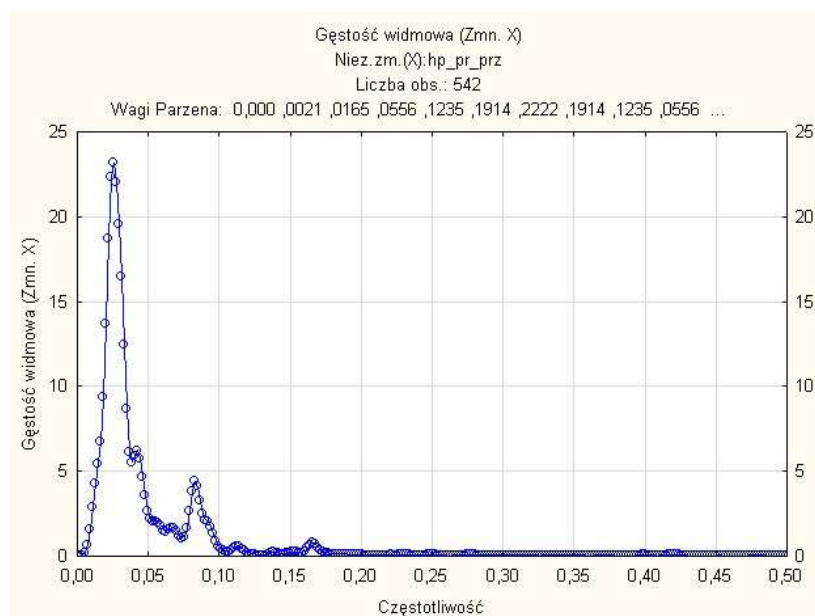
15.



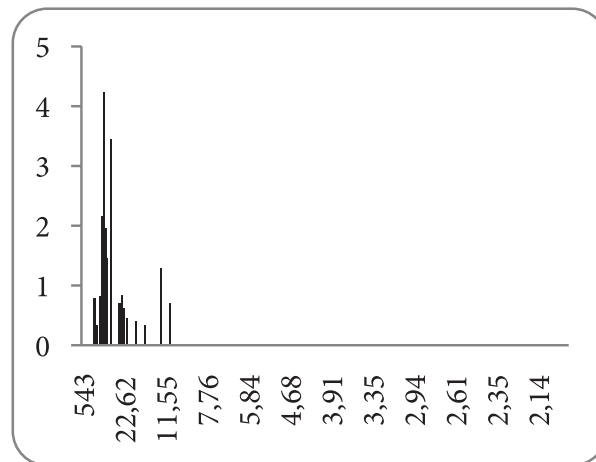
16.



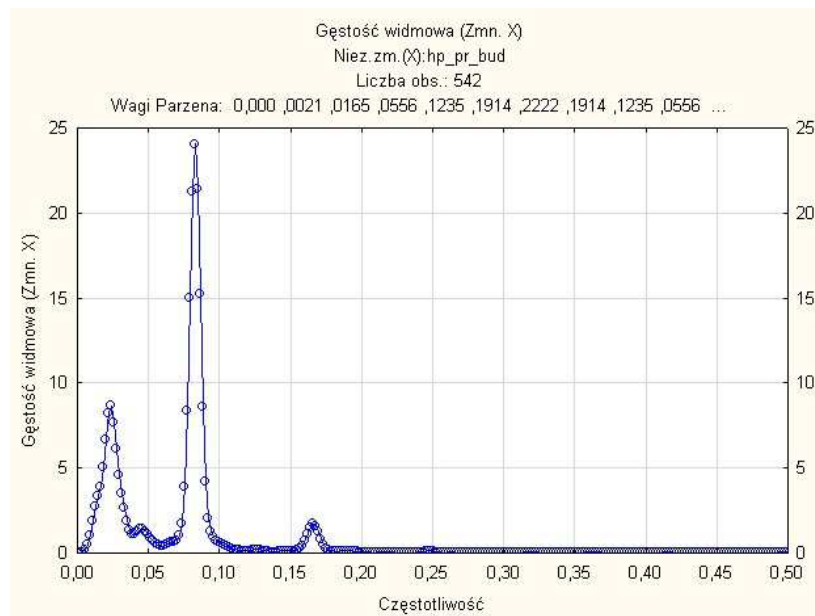
17.



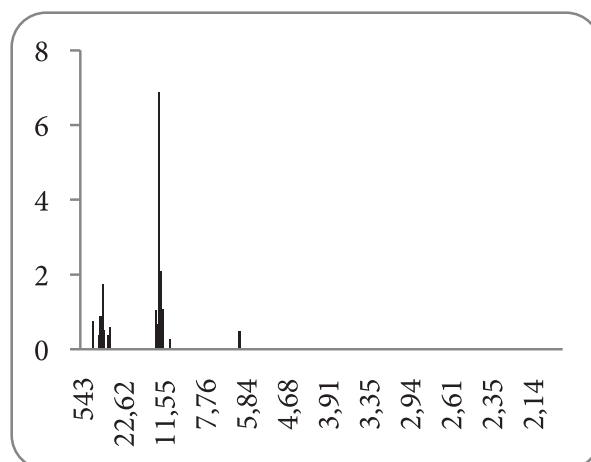
18.



19.



20.

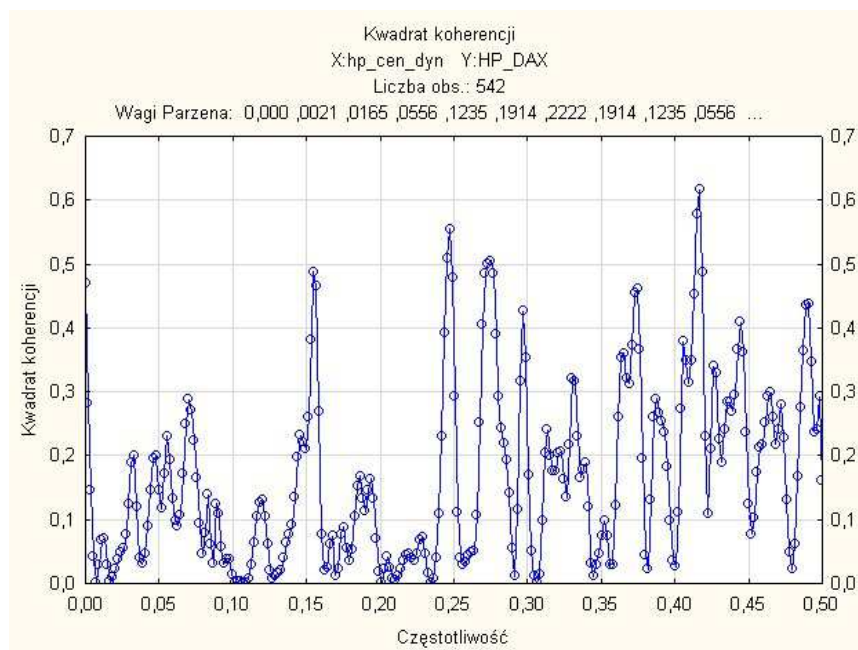


Rysunek 3–20. Gęstości widmowe (numer nieparzysty) i istotne częstotliwości periodogramu (numer parzysty) zmiennych niezależnych (okno widmowe Parzena, szerokość okna = 13 miesięcy)

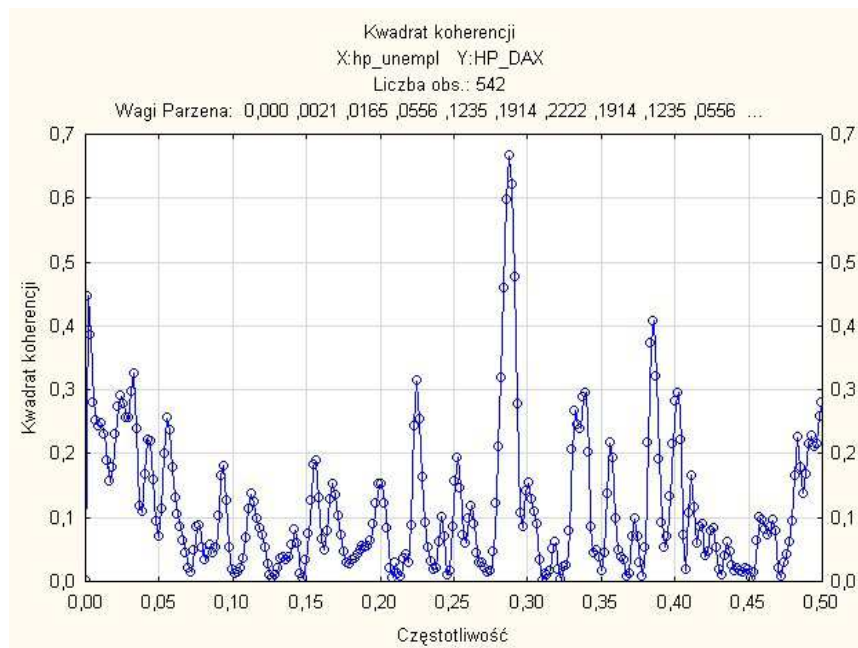
Gęstości widmowe i test na istotność częstotliwości wybranych zmiennych niezależnych kształtowały się następująco:

Kwadrat koherencji zmiennych niezależnych oraz dynamiki indeksu giełdowego DAX dla niskich częstotliwości przyjmuje mniejsze wartości niż dla częstotliwości wysokich (rysunek 21–22).

21.



22.



Rysunek 21–22. Kwadrat koherencji DAX (zmienna zależna) oraz dynamiki cen dóbr przemysłowych i bezrobocia w Niemczech (dane miesięczne styczeń 1969 – marzec 2014)

Kwadrat koherencji danych wstępnie wygładzonych (procedura temperowania, usunięcie średniej i trendu oraz przekształcenie Fouriera z oknem Parzena o szerokości 27 obserwacji) również wykazuje różnice koherencji zmiennych zależnych i niezależnych dla niskich i wysokich częstotliwości (rysunek 23–24).

Gęstości kospektralne zmiennej zależnej DAX oraz wybranych zmiennych niezależnych kształtowały się, jak przedstawia rysunek 25–36.

Wygładzając liczby zespolone składające się na widmo wzajemne, można uzyskać, odpowiednio, gęstość mieszaną i gęstość kwadraturową. Wartość pierwiastka sumy kwadratów gęstości kwadraturowej oraz gęstości mieszanej nosi nazwę amplitudy mieszanej. Interpretuje się ją jako kowariancję analogicznych składników okresowych w obu badanych szeregach [Internetowy podręcznik statystyki, http://www.statsoft.pl/textbook/stathome_stat].

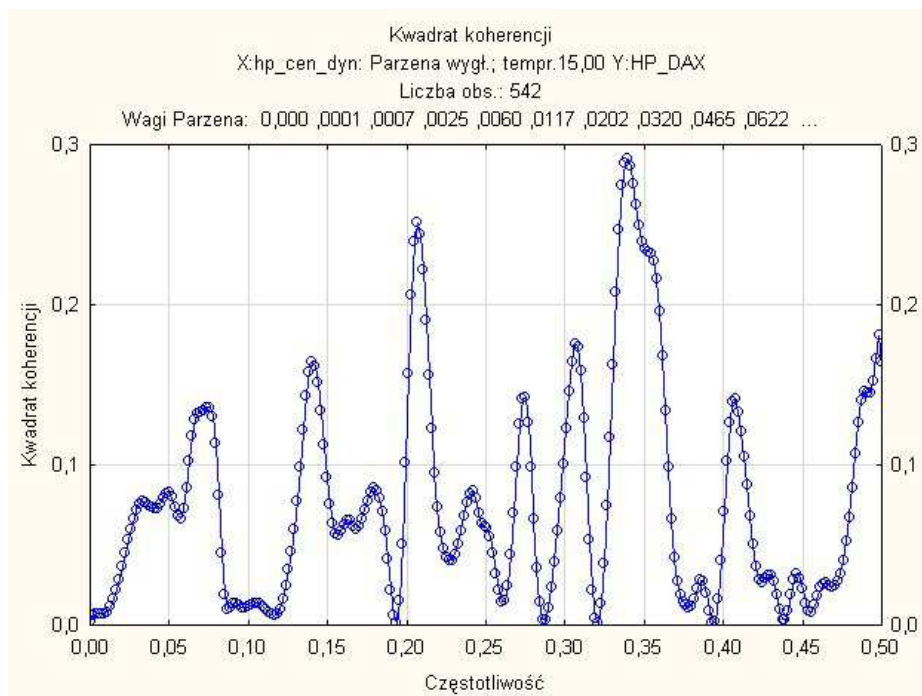
Amplituda mieszana DAX oraz eksportu, importu, wydobycia węgla, produkcji energii elektrycznej (i pozostałych zmiennych niezależnych) wskazuje na względnie wysoką kowariancję w niskich częstotliwościach (w porównaniu z kowariancją dla częstości wysokich).

Widmo fazowe DAX oraz eksportu Niemiec wykazuje liniową i przeważnie dodatnią zależność dla niskich częstotliwości oraz raczej ujemne zależności dla częstości wysokich (w obu wypadkach obserwujemy duże wartości kwadratu koherencji). Sugeruje to, że zmiany (względnie) długich fal w eksporcie wyprzedzają odpowiednie zmiany w dynamice indeksu giełdowego DAX. I, odwrotnie, wahania krótkookresowe eksportu poprzedzane są przez krótkookresowe zmiany indeksu giełdowego DAX. Natomiast widmo fazowe DAX oraz importu Niemiec wykazuje liniową i ujemną zależność dla niskich częstotliwości oraz dodatnie zależności liniowe dla częstotliwości wysokich. Sugeruje to, że zmiany długich fal w imporcie poprzedzane są przez odpowiednie zmiany w dynamice indeksu giełdowego DAX. Natomiast wahania krótkookresowe importu wyprzedzają krótkookresowe zmiany indeksu giełdowego DAX. Tak wyraźne różnice w opóźnieniach-wyprzedzeniach nie występują w odniesieniu do danych realnych: produkcji przemysłowej, produkcji samochodów, wydobycia węgla, produkcji stali, produkcji energii elektrycznej.

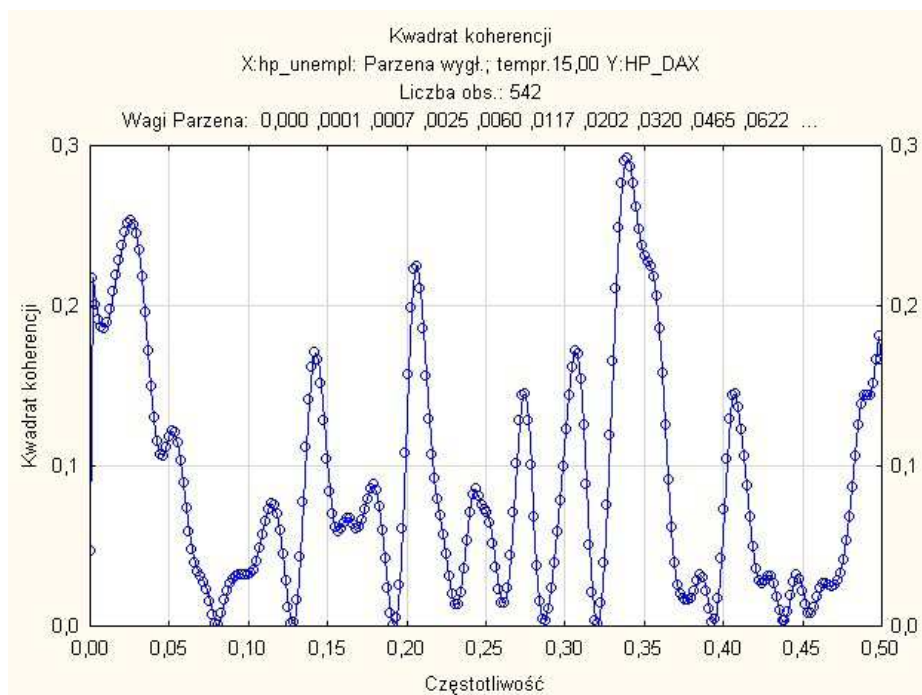
Ważnym uzupełnieniem widma fazowego są wskaźniki wzmocnienia zmiennej zależnej względem zmiennych niezależnych i, odwrotnie, zmiennych niezależnych względem zmiennej zależnej w określonych częstotliwościach.

Wskaźniki wzmocnienia badanych szeregów czasowych przyjmują z reguły wysokie wartości w wysokich częstościach indeksu DAX względem

23.

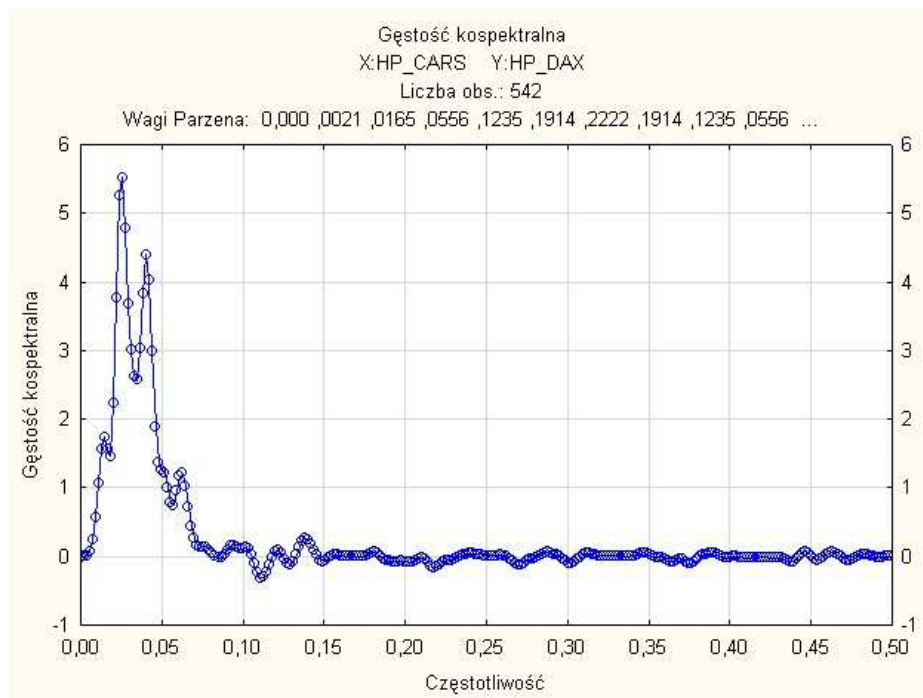


24.

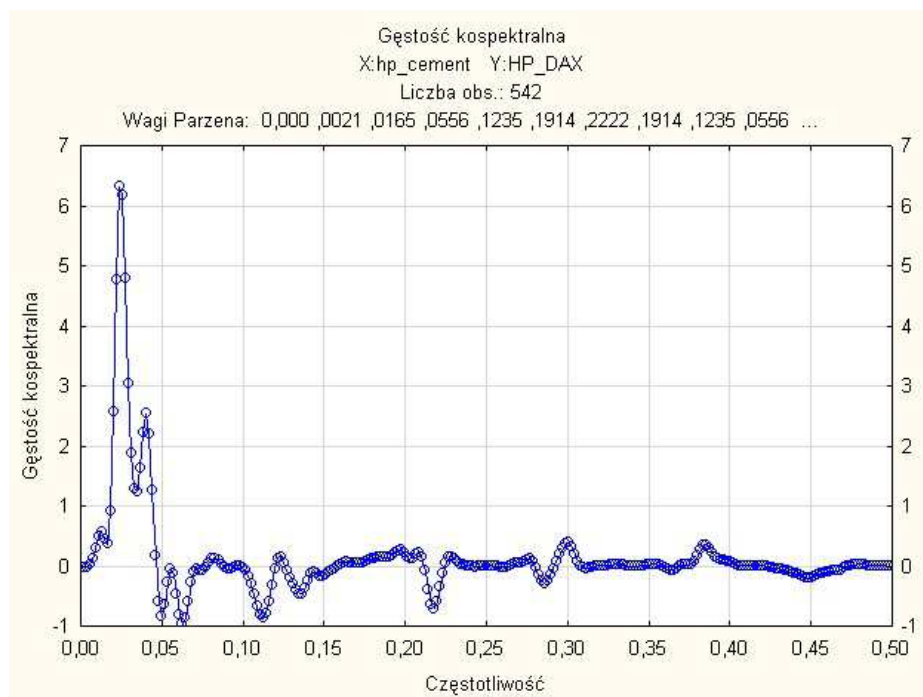


Rysunek 23–24. Kwadrat koherencji DAX (zmienna zależna) oraz dynamiki cen dóbr przemysłowych i bezrobocia w Niemczech (dane miesięczne styczeń 1969 – marzec 2014, okno Parzena o szerokości 27 miesięcy, dane wstępnie wygładzone)

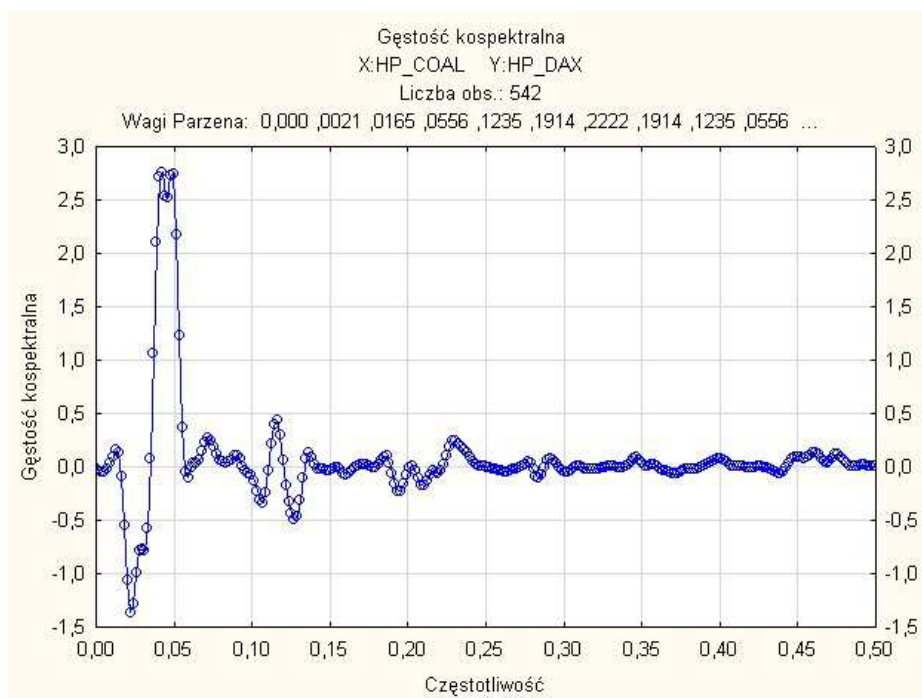
25.



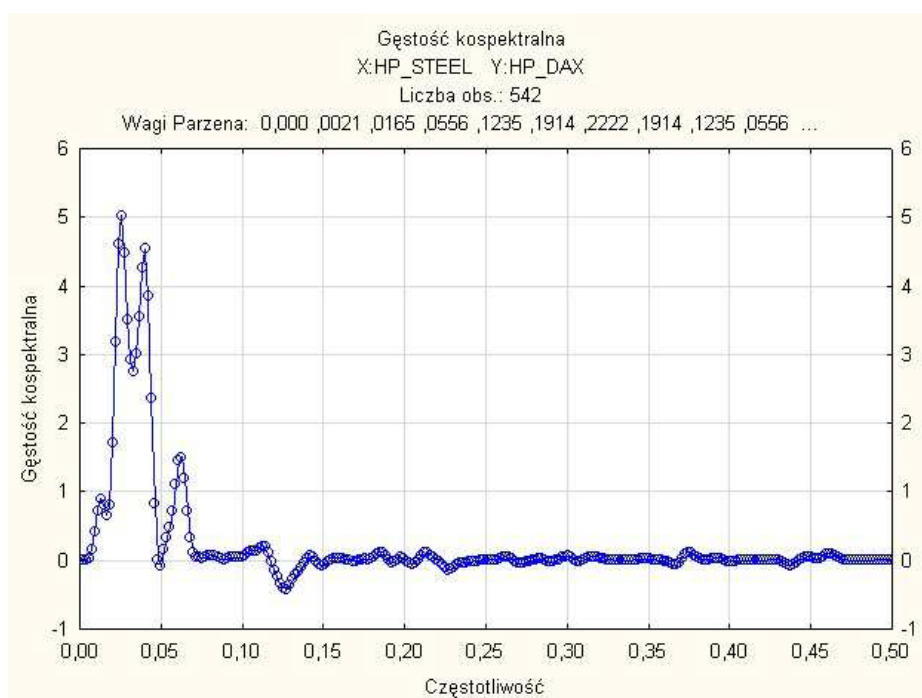
26.



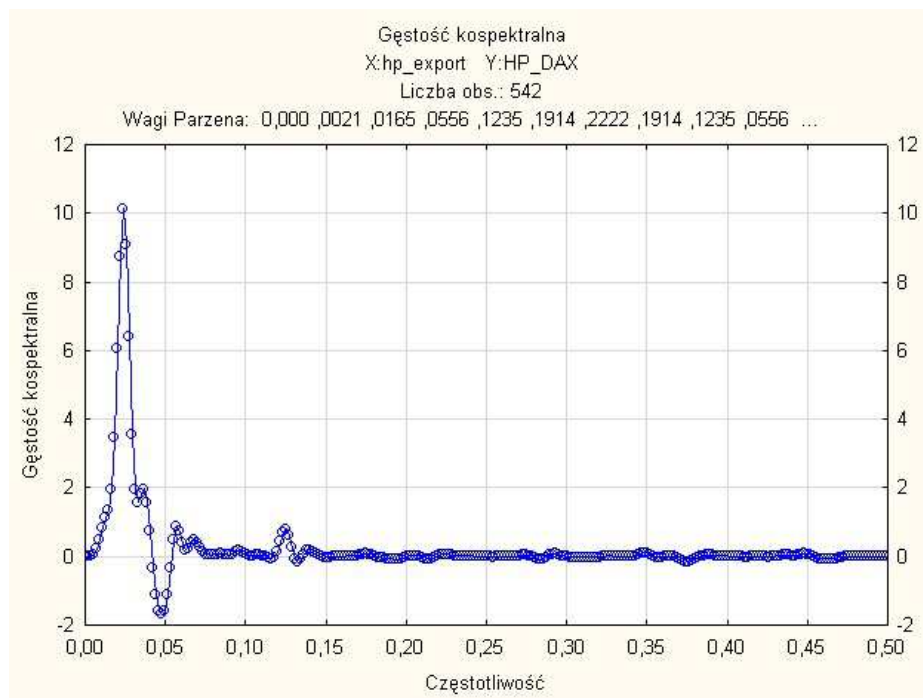
27.



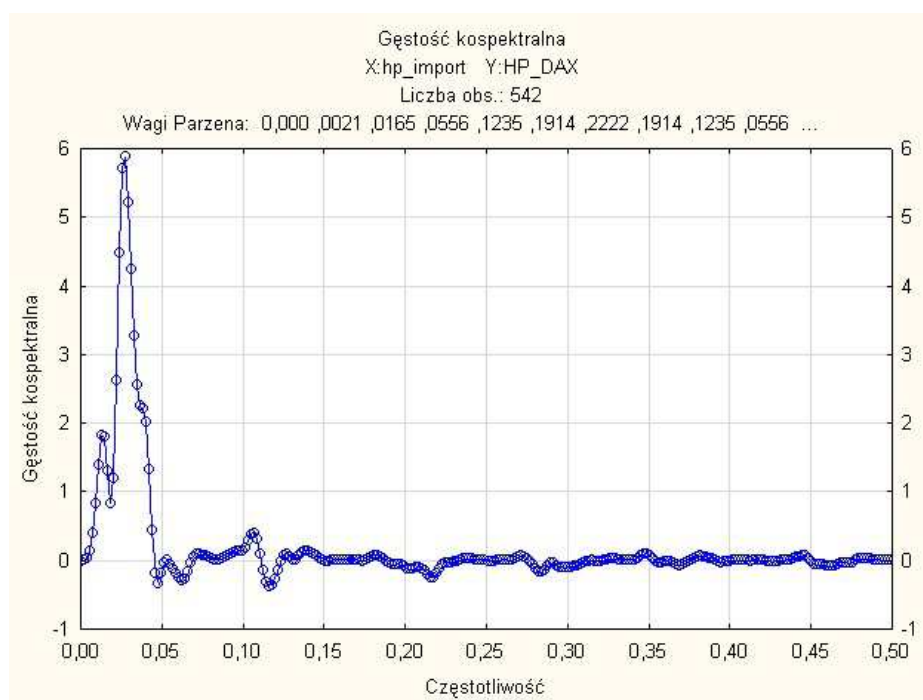
28.



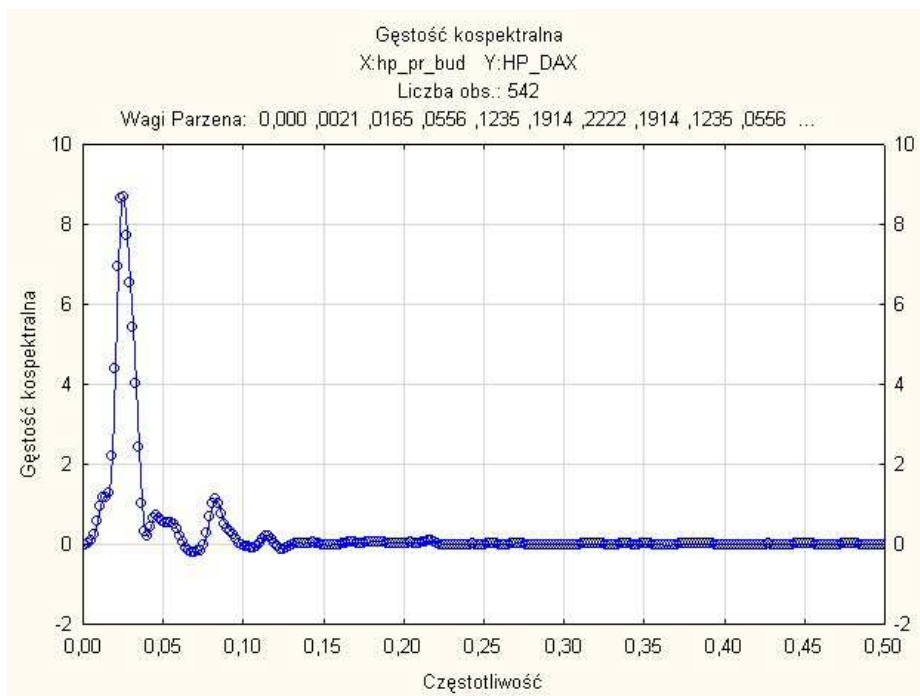
29.



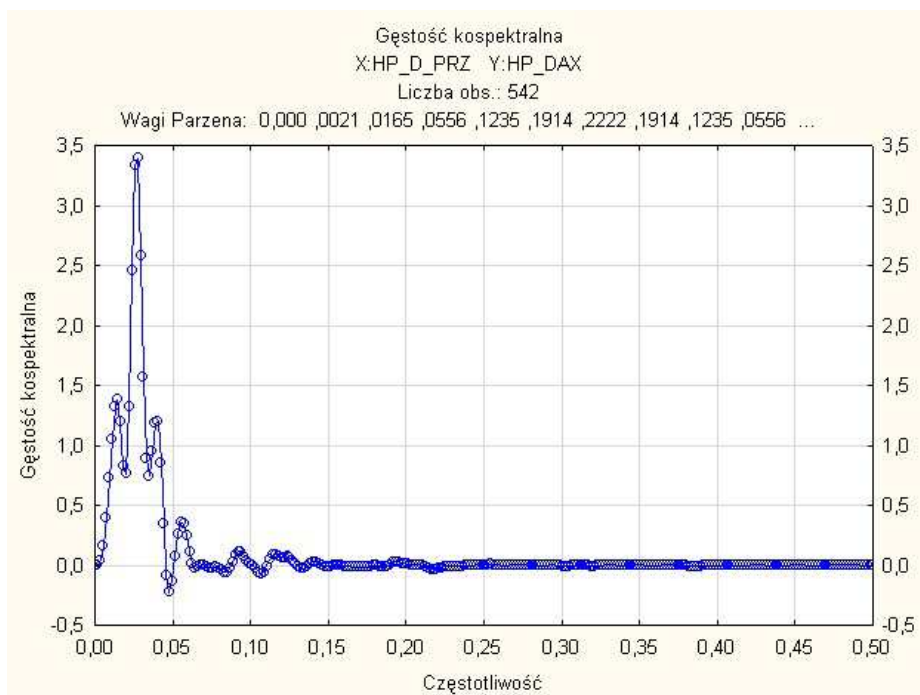
30.



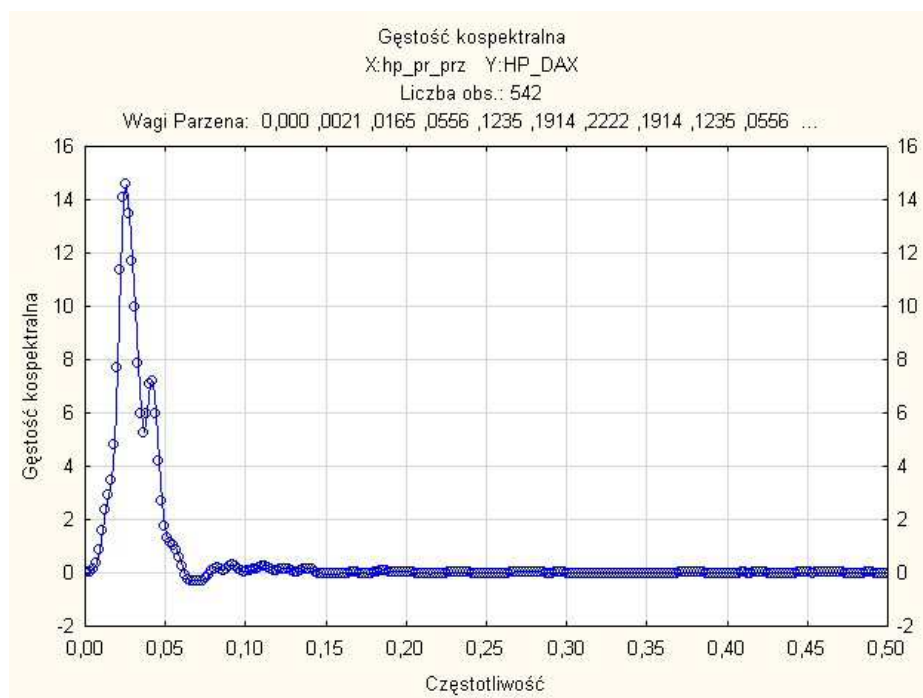
31.



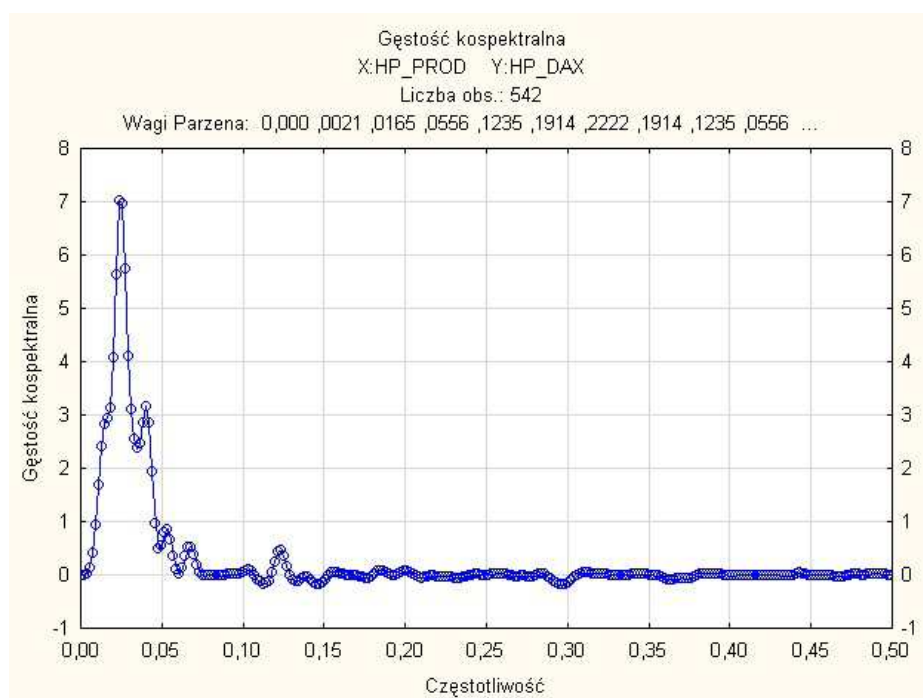
32.



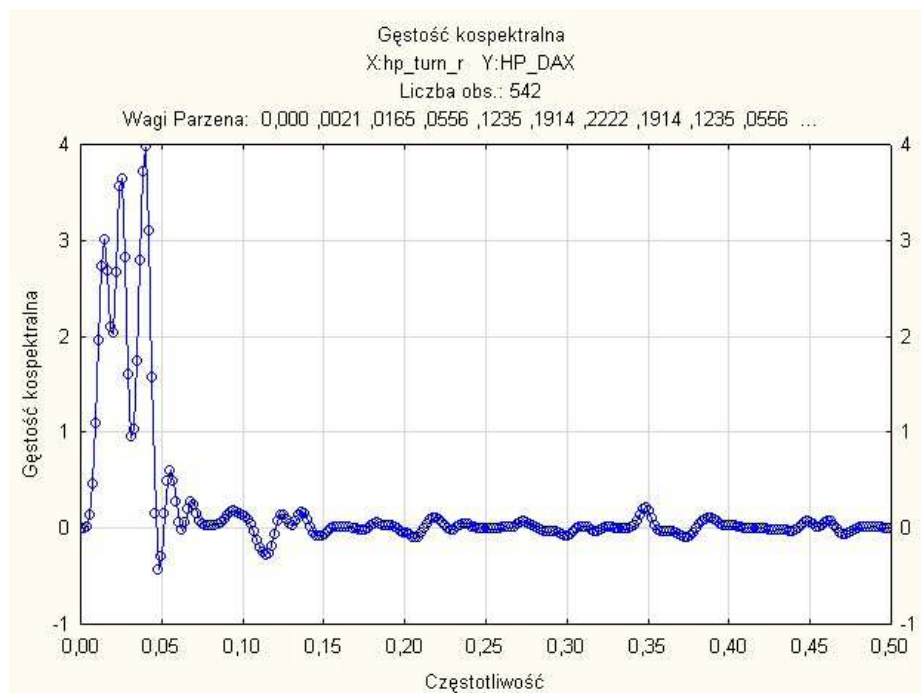
33.



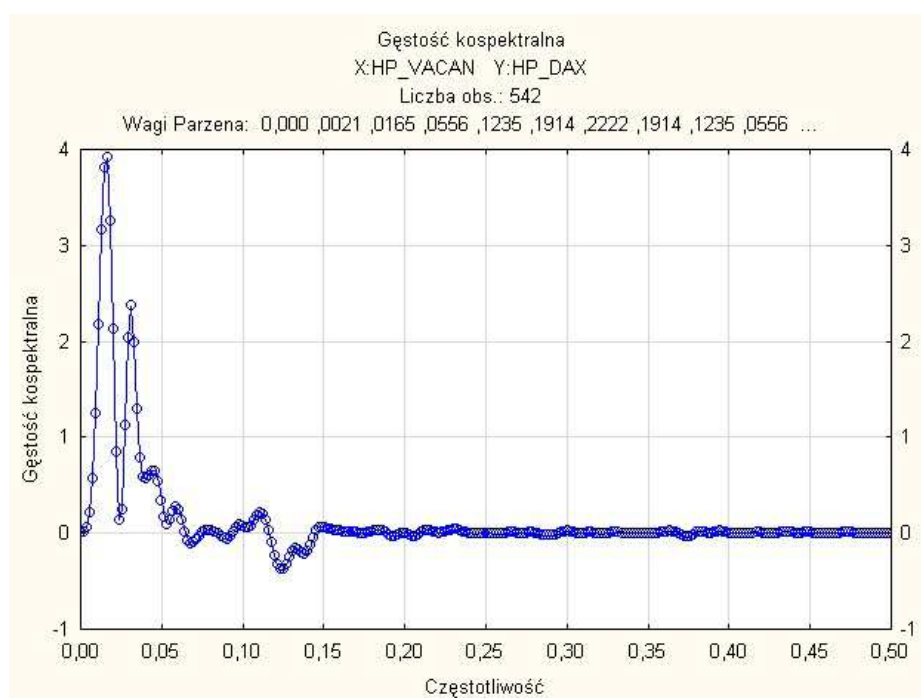
34.



35.

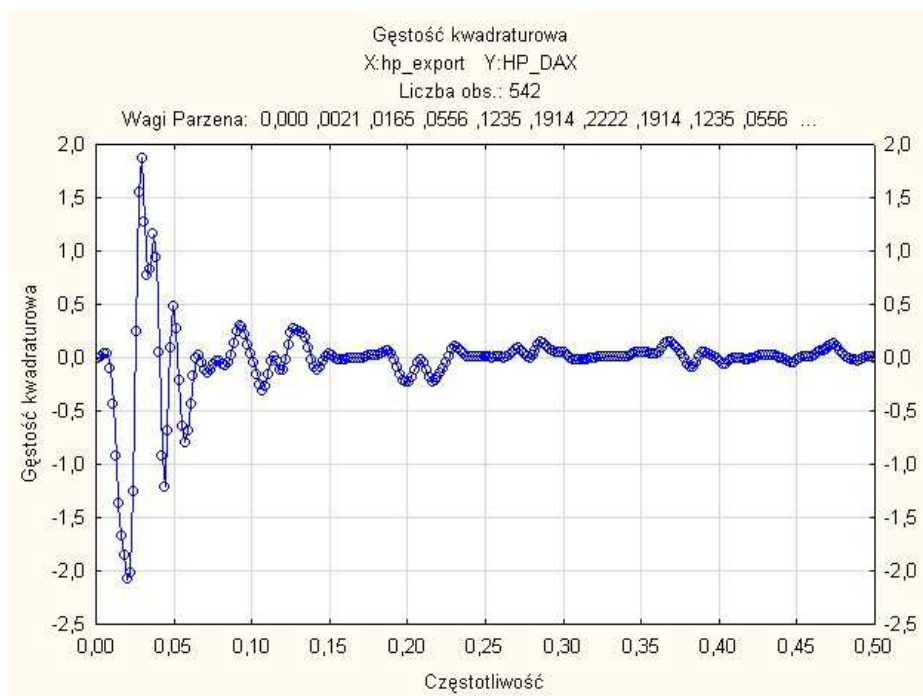


36.

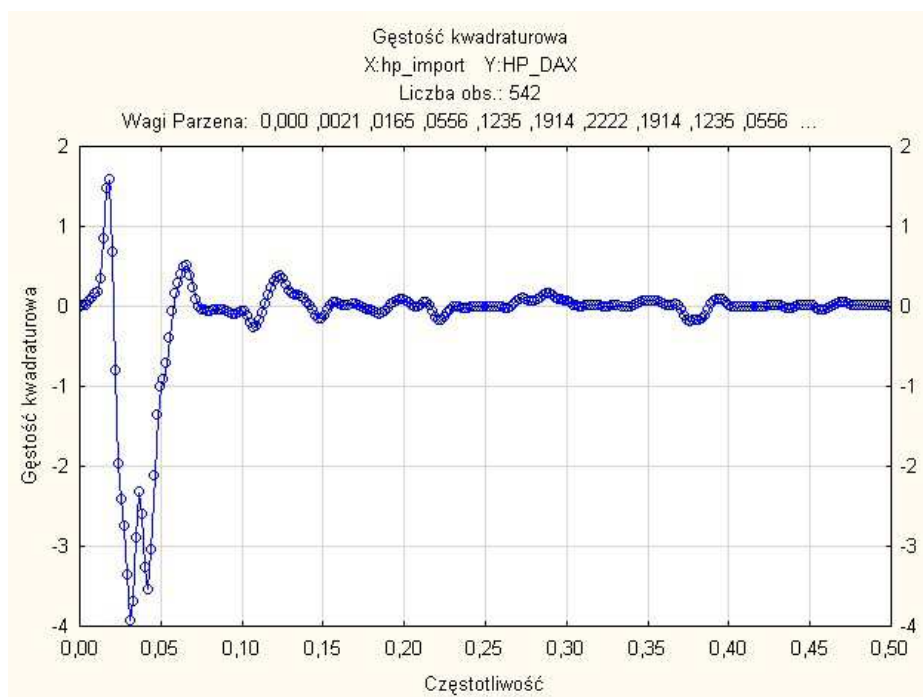


Rysunek 25–36. Gęstości kospektralne DAX (zmienna zależna) oraz zmiennych niezależnych (dane miesięczne styczeń 1969 – marzec 2014)

37.

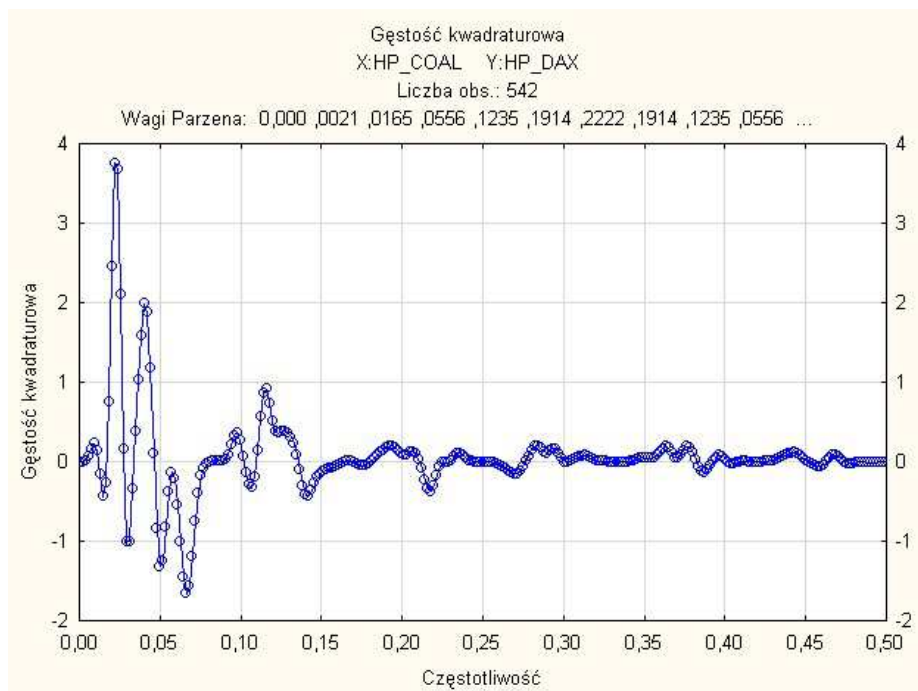


38.

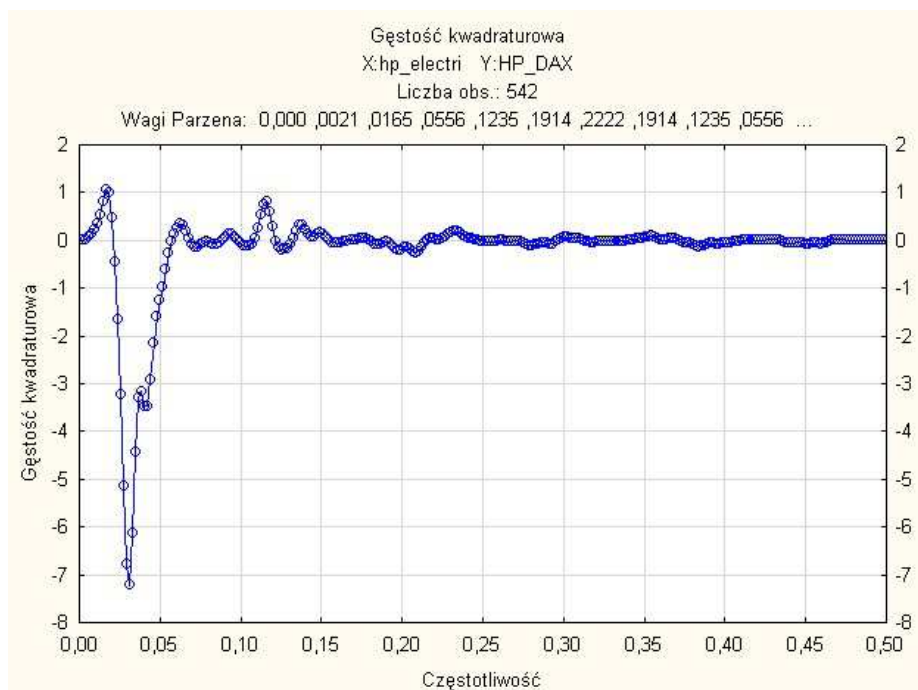


Rysunek 37–38. Gęstości kwadraturowe DAX (zmienna zależna) oraz dynamiki eksportu i importu Niemiec (dane miesięczne styczeń 1969 – marzec 2014)

39.

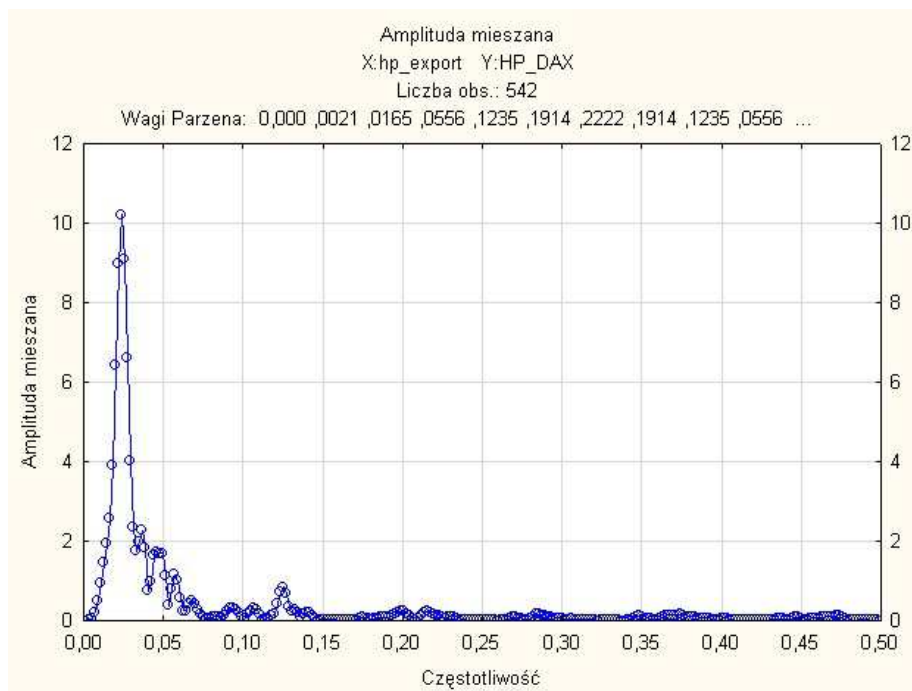


40.

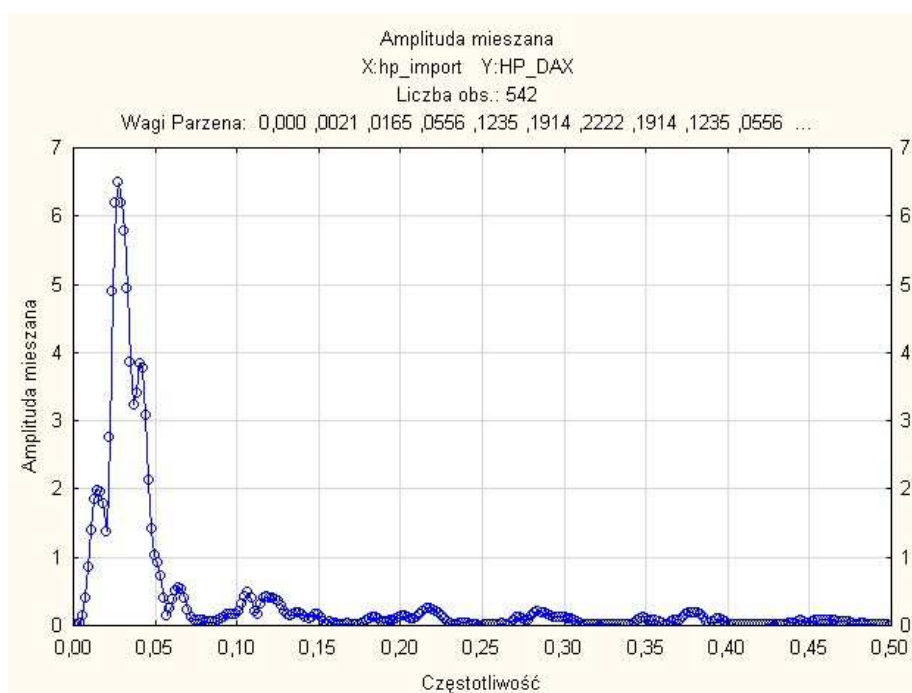


Rysunek 39–40 Gęstości kwadraturowe DAX (zmienna zależna) oraz dynamiki wydobywania węgla kamiennego i produkcji energii elektrycznej Niemiec (dane miesięczne styczeń 1969 – marzec 2014)

41.

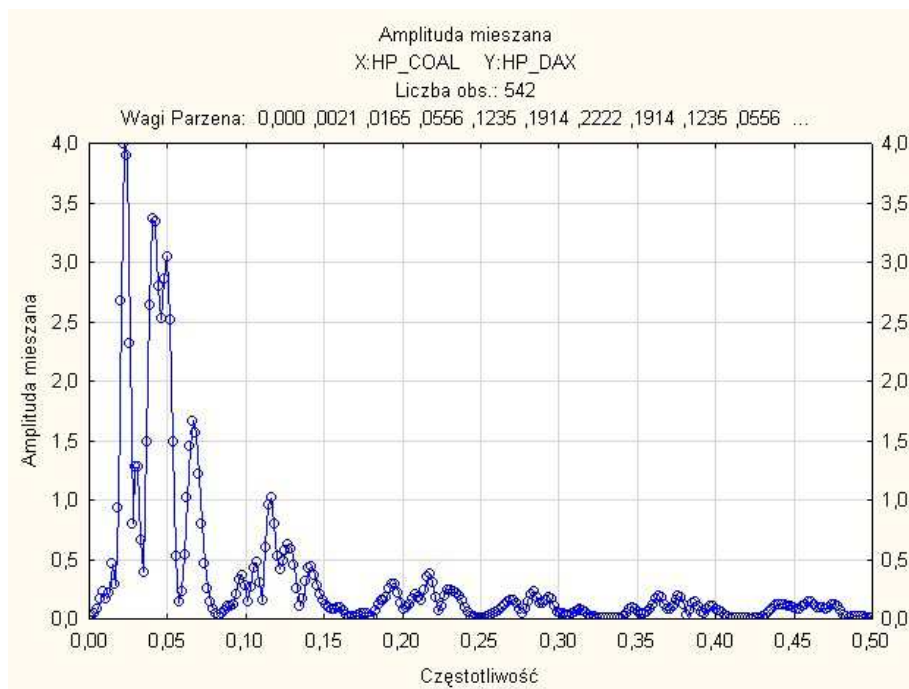


42.

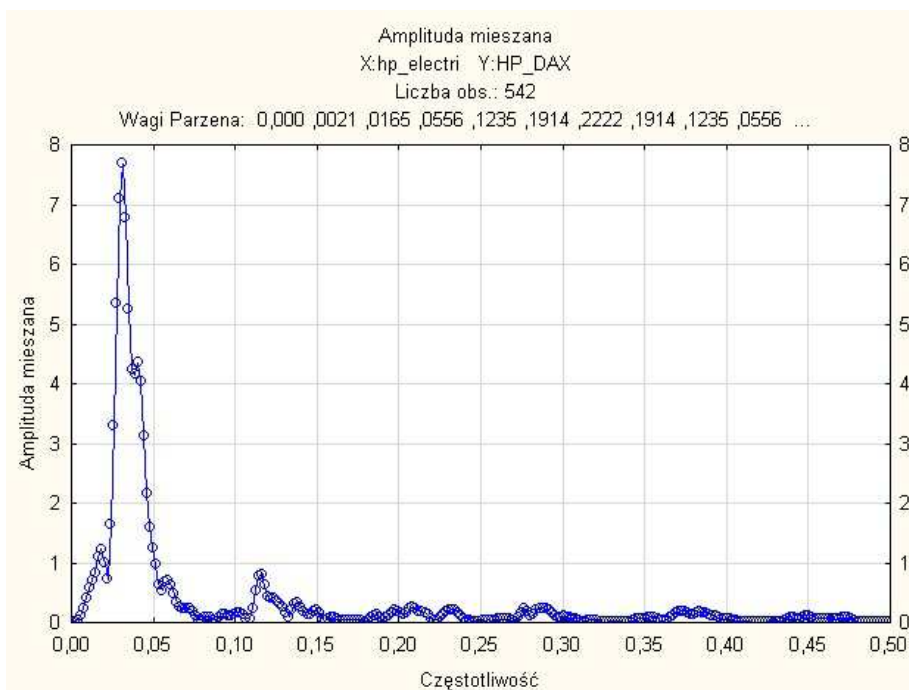


Rysunek 41–42. Amplituda mieszana DAX (zmienna zależna) oraz eksportu i importu Niemiec (dane miesięczne styczeń 1969 – marzec 2014)

43.

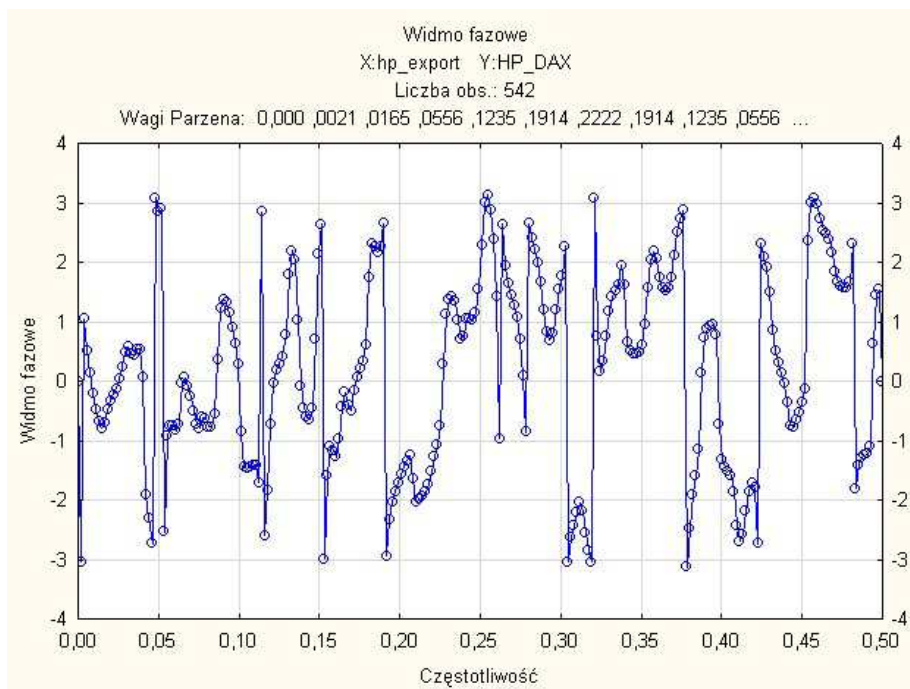


44.

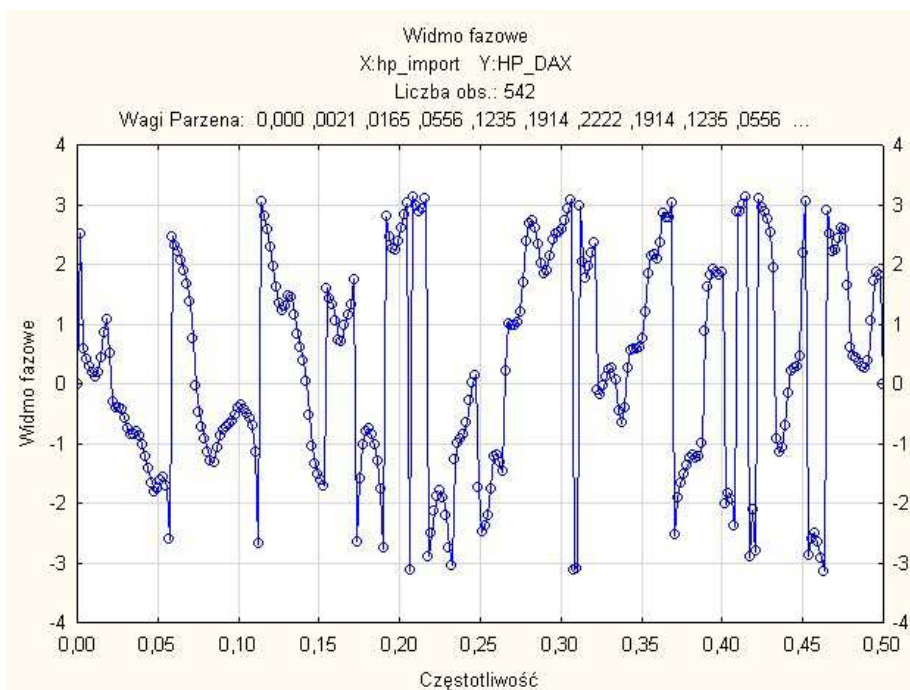


Rysunek 43–44 Amplituda mieszana DAX (zmienna zależna) oraz produkcji węgla i energii elektrycznej Niemiec (dane miesięczne styczeń 1969 – marzec 2014)

45.

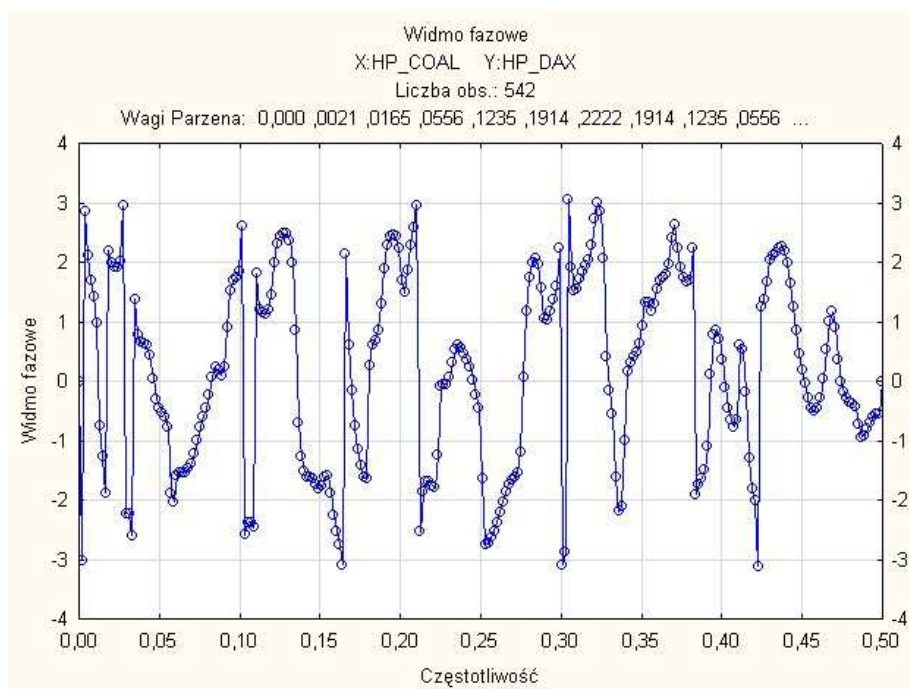


46.

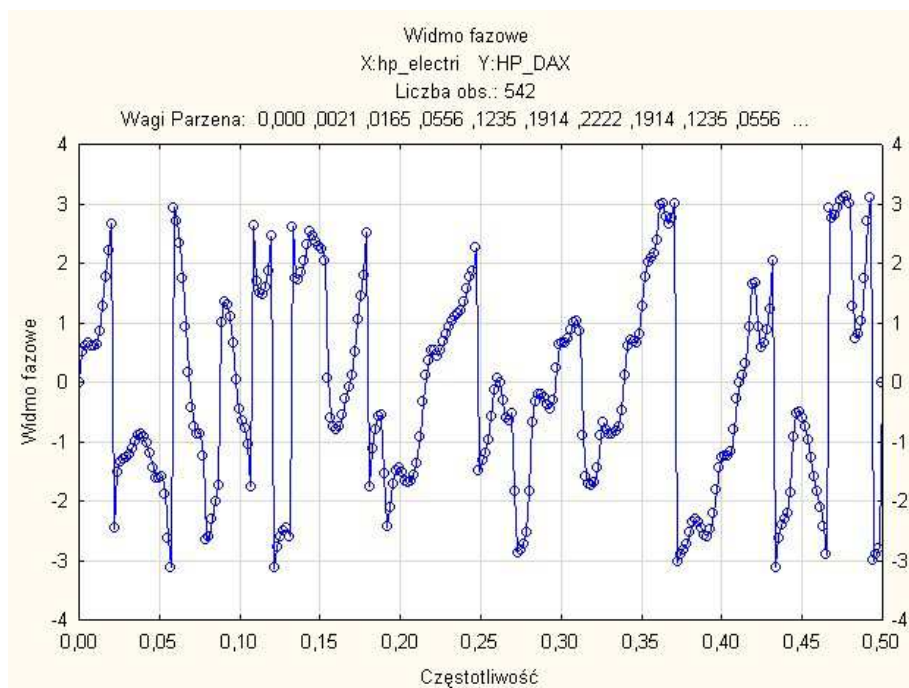


Rysunek 45–46 Widmo fazowe DAX (zmienna zależna) oraz dynamiki exportu i importu w Niemczech (dane miesięczne styczeń 1969 – marzec 2014)

47.

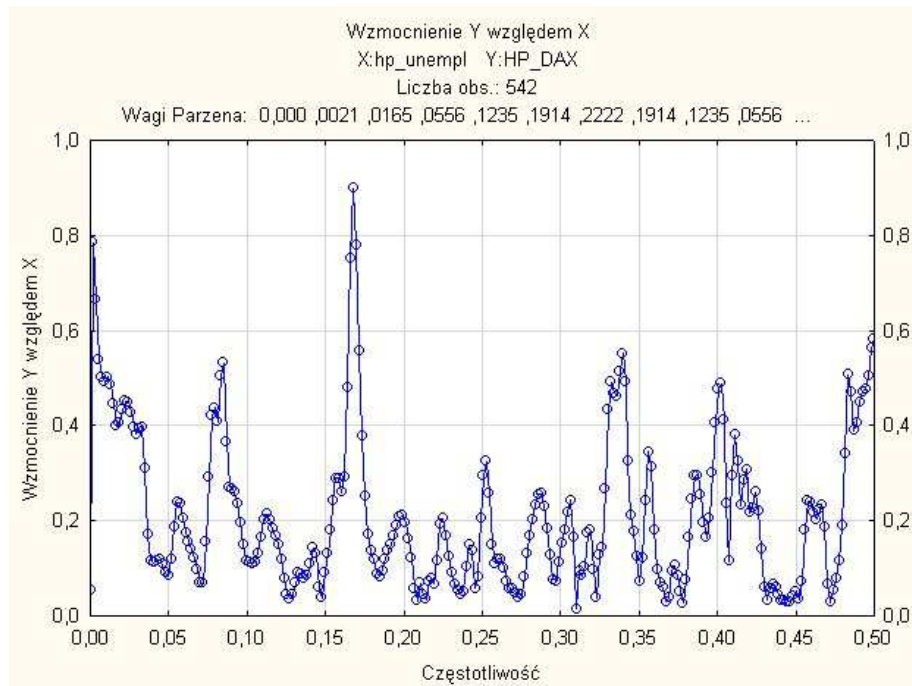


48.

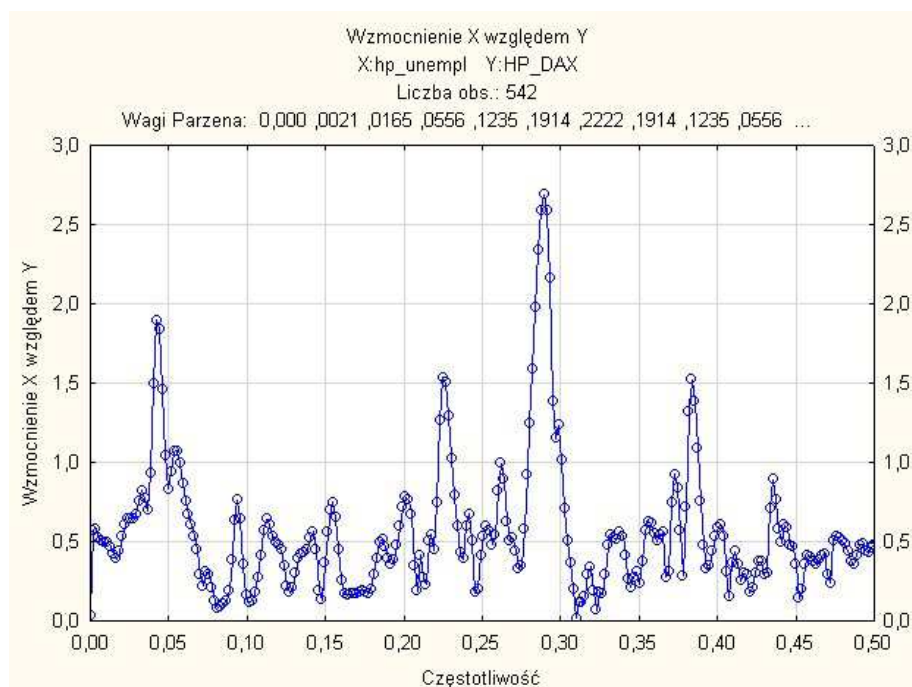


Rysunek 47–48. Widmo fazowe DAX (zmienna zależna) oraz dynamiki wydobycia węgla i produkcji energii elektrycznej w Niemczech (dane miesięczne stycznia 1969 – marzec 2014)

49.

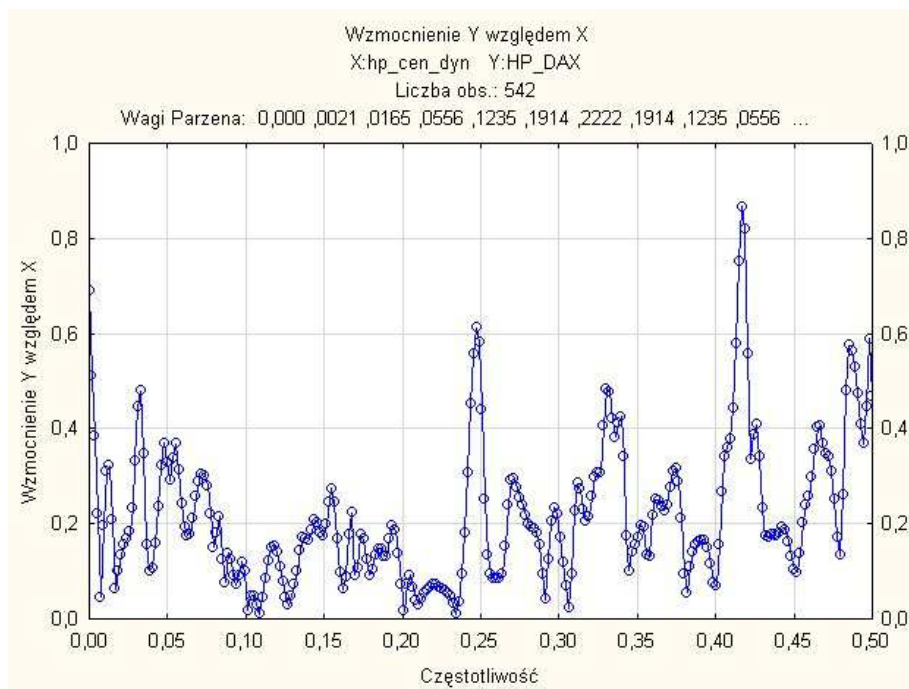


50.

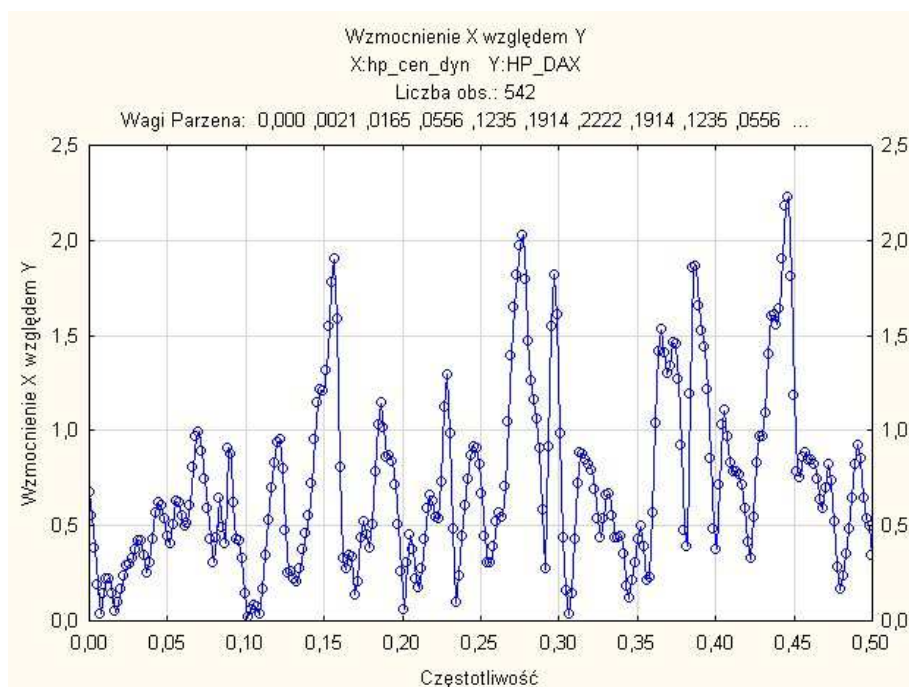


Rysunek 49–50 Wzmocnienie DAX względem bezrobocia (wykres 49) i bezrobocia względem DAX (wykres 50)

51.

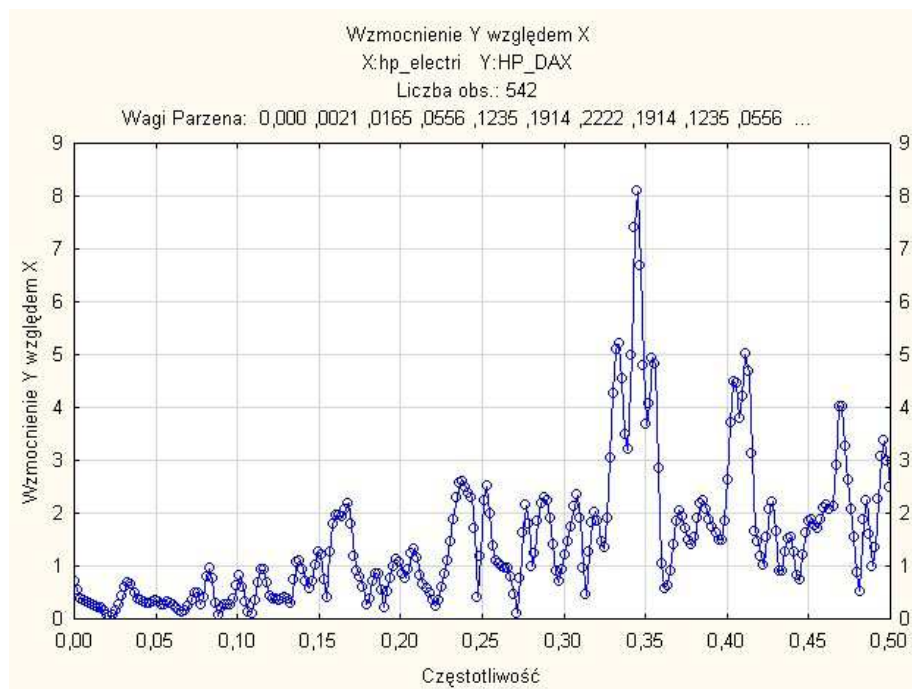


52.

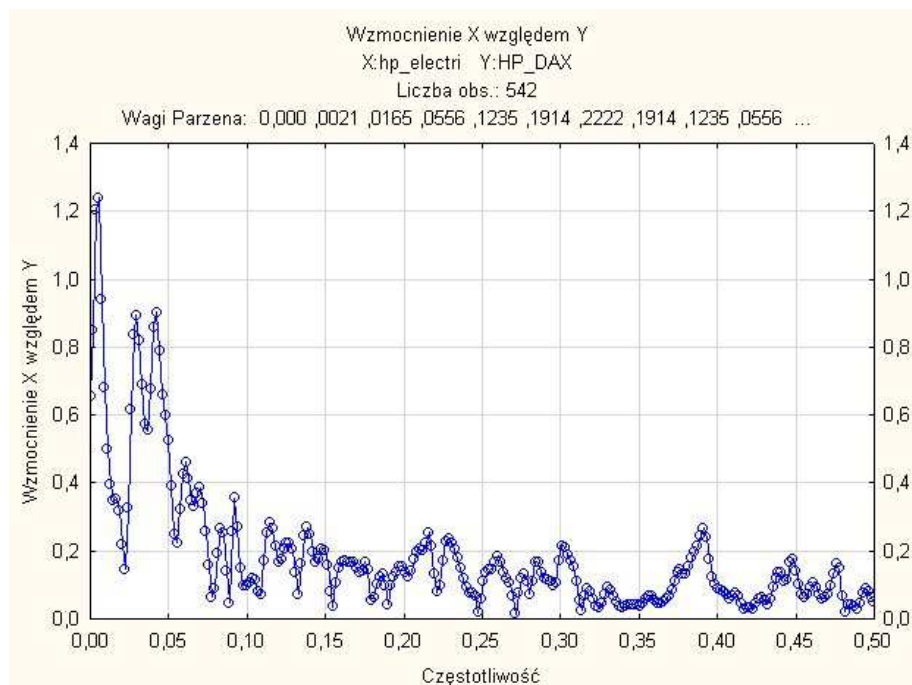


Rysunek 51–52. Wzmocnienie DAX względem cen dóbr przemysłowych (wykres 51) i cen dóbr przemysłowych względem DAX (wykres 52)

53.

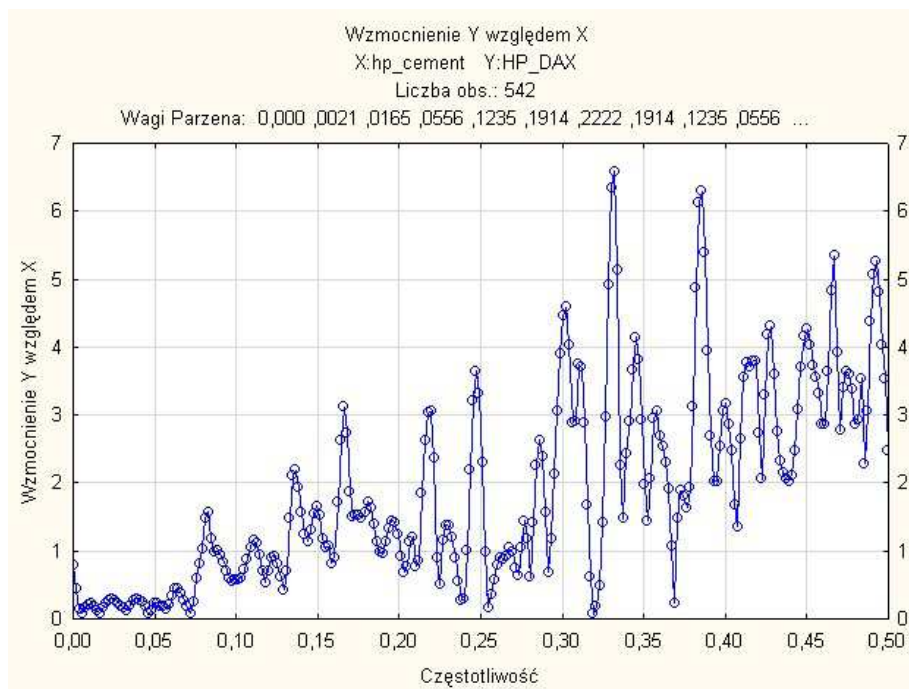


54.

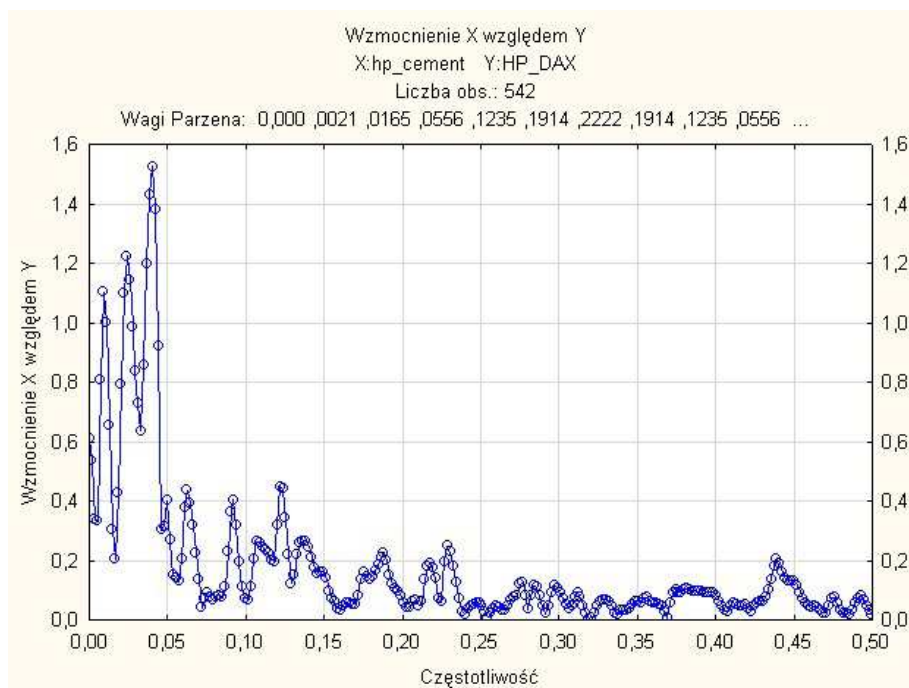


Rysunek 53–54. Wzmocnienie DAX względem produkcji energii elektrycznej (wykres 53) i produkcji energii elektrycznej względem DAX (wykres 54)

55.



56.



Rysunek 55–56. Wzmocnienie DAX względem produkcji cementu (wykres 55) i produkcji cementu względem DAX (wykres 56)

większości zmiennych niezależnych i w niskich częstościach zmiennych niezależnych względem indeksu DAX.

Przeprowadzona analiza widma wzajemnego wykazała, że w badanym okresie dynamika indeksu giełdowego DAX jest skorelowana z dynamiką wybranych obszarów gospodarczych w różnych częstościach cyklu koniunkturalnego. Można zatem mówić o przejawach skorelowanych zachowań cyklicznych. Na szczególne pokreślenie zasługuje wyjawienie zróżnicowanych przesunięć fazowych oraz wzmocnienia zarówno w niskich, jak i w wysokich częstościach wahań cyklicznych badanych szeregów czasowych w gospodarce niemieckiej. Analiza widma wzajemnego może być zatem efektywnym narzędziem wspomagającym konstruowanie barometrów koniunktury, polityki stabilizacji czy ożywienia koniunktury gospodarczej.

Bibliografia

- Baillie, R.T., 1996, *Long Memory Processes and Fractional Integration in Econometrics*, Journal of Econometrics, no. 73, s. 5–59.
- Banerjee, A., Urga, G., 2004, *Modelling Structural Breaks, Long Memory and Stock Market Volatility: an Overview*, <http://www.cass.city.ac.uk/cea/index.html> [data dostępu: 17.08.2014].
- Beran, J., 1994, *Statistics for Long Memory Processes*, Chapman and Hall, New York.
- Blackman, R.B., Tukey, J.W., 1959, *The Measurement of Power Spectra from the Point of View of Communication Engineering*, Dover, New York.
- Bloomfield, P., 1976, *Fourier Analysis of Time Series: an Introduction*, Wiley, New York.
- Brigham, E.O., 1974, *The Fast Fourier Transform*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
- Brillinger, D.R., 1975, *Time Series: Data Analysis and Theory*, Holt, Rinehart & Winston, New York.
- Childers, D.G. (ed.), 1978, *Modern Spectrum Analysis*, IEEE Press, New York.
- Cohen, L., 1995, *Time-frequency Analysis*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
- Davidson, J., Terasvirta, T.T., (eds.), 2002, *Long Memory and Nonlinear Time Series*, Journal of Econometrics, no. 110, iss. 2, s. 105–437.
- Deo, R., Hsieh, M., Hurvich, C.M., 2005, *Tracing the Source of Long Memory in Volatility*, <http://129.3.20.41/eps/em/papers/0501/0501005.pdf>, s. 1–38 [dostęp: 25.08.2014].

- Dickey, D., Pantula, S., 1987, *Determining the Order of Differencing in Autoregressive Processes*, Journal of Business and Economic Statistics, no. 15, s. 455–461.
- Elliott, D.F., Rao, K.R., 1982, *Fast Transforms: Algorithms, Analyses, Applications*, Academic Press, New York.
- Fouet, M., 1981, *Analyser la conjoncture*, Hatier, Paris.
- Geweke, J., Porter-Hudak, S., 1983, *The Estimation and Application of Long Memory Time Series Models*, Journal of Time Series Analysis, no. 4, s. 221–228.
- Hurst, H.E., 1951, *Long-term Storage of Reservoirs*, Transactions of the American Society of Civil Engineers, no. 116, s. 770–799.
- Jenkins, G.M., Watts, D.G., 1968, *Spectral Analysis and Its Applications*, Holden-Day, San Francisco.
- Kay, S.M., 1988, *Modern Spectral Estimation, Theory and Application*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
- Kesler, S.B., (ed.), 1986, *Modern Spectrum Analysis II*, IEEE Press, New York.
- Koopmans, L.H., 1974, *The Spectral Analysis of Time Series*, Academic Press, New York.
- Lo, A.W., 1991, *Long-term Memory in Stock Market Prices*, Econometrica, no. 59(5), s. 1279–1313.
- Łuczyński, W., 1998, *Analiza dynamiki procesów gospodarczych Niemiec w latach 1949–1996*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Poznaniu, Poznań.
- Łuczyński, W., 2007, *Estymacja mocy gęstości spektralnej za pomocą algorytmu cyfrowej analizy widmowej MUSIC*, w: Schroeder, J., Stępień, B. (red.), *Handel i finanse międzynarodowe w warunkach globalizacji*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Poznaniu, Poznań, s. 137–148.
- Łuczyński, W., 2007, *The Long Memory Dynamics of the Market Quotations of Selected Stock Companies and Warsaw Stock Index*, Poznań University of Economics Review, vol. 7, no. 1, s. 21–55.
- Łuczyński, W., 1998, *Zastosowania analizy harmoniczej i spektralnej oraz analizy przeskalowanego zakresu w badaniu realnych cykli koniunkturalnych*, Ekonomista, nr 5–6, s. 629–647.
- Marple, L., 1987, *Digital Spectral Analysis with Applications*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, NJ.
- Mitra, S.K., Kaiser, J., 1993, *Handbook for Digital Signal Processing*, John Wiley and Sons, Inc., New York.
- Naidu, P.S., 1996, *Modern Spectrum Analysis of Time Series*, CRC Press, Boca Raton, FL.
- Pantula, S.G., 1989, *Testing for Unit Roots in Time Series Data*, Econometric Theory, vol. 5, no. 2, s. 256–271.
- Parzen, E., 1961, *Mathematical Considerations in the Estimation of Spectra*, Technometrics, vol. 3, no. 2, s. 167–190.
- Percival, D.B., Constantine, W.L.B., 2005, *Exact Simulation of Gaussian Time Series from Nonparametric Spectral Estimates with Application to Bootstrapping*, Journal of Computational and Graphical Statistics, accepted for publication.

- Percival, D.B., Walden, A., 1993, *Spectral Analysis for Physical Applications: Multitaper and Conventional Univariate Techniques*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Priestley, M.B., 1981, *Spectral Analysis and Time Series*, Academic Press, New York.
- Rinne, H., Specht, K., 2002, *Zeitreihen. Statistische Modellierung, Schätzung und Prognose*, Verlag Franz Vahlen, München.
- Robinson, P.M., 2003, *Long Memory Time Series*, w: Robinson, P.M. (ed.), *Time Series with Long Memory*, Oxford University Press, Oxford.
- Riedel, K.S., Sidorenko, A., 1995, *Minimum Bias Multiple Taper Spectral Estimation*, IEEE Transactions on Signal Processing, no. 43, s. 188–195.
- Schuster, A., 1898, *On the Investigation of Hidden Periodicities with Application to a Supposed 26-day Period of Meteorological Phenomena*, Terr. Mag. Atmos. Elect., no. 3, s. 13–41.
- Shumway, R.H., 1988, *Applied Statistical Time Series Analysis*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ.
- Stock, J.H., Watson, M.W., 1998, *Business Cycle Fluctuations in US Macroeconomic Time Series*, NBER Working Paper Series, no. 6528.
- Stoica, P., Moses, R.L., 1997, *Introduction to Spectral Analysis*, Prentice-Hall, Upper Saddle River, New Jersey.
- Strykowski, T., 2013, *Implementacja testu na istotność poszczególnych częstości periodogramu w programie GRET*, w: Kośko, M. (red.), *Metody i zastosowania ekonometrii współczesnej*, Wydawnictwo Uczelniane WSiE TWP, Olsztyn, s. 145–158.
- Syczewska, E.M., 2002, *Analiza relacji długookresowych: estymacja i weryfikacja*, Szkoła Główna Handlowa w Warszawie, Warszawa.
- Talaga, L., Zieliński, Z., 1986, *Analiza spektralna w modelowaniu ekonometrycznym*, PWN, Warszawa.
- Thomson, D.J., 1982, *Spectrum Estimation and Harmonic Analysis*, Proceedings of the IEEE, no. 72(9), s. 1055–1096.
- Walden, A.T., 1989, *Accurate Approximation of a 0th Order Discrete Prolate Spheroidal Sequence for Filtering and Data Tapering*, Signal Processing, no. 18, s. 341–348.
- Wei, W.W., 1989, *Time Series Analysis: Univariate and Multivariate Methods*, Addison-Wesley, New York.
- Weron, A., Weron, R., 1998, *Inżynieria finansowa. Wycena instrumentów pochodnych. Symulacje komputerowe. Statystyka rynku*, WNT, Warszawa.
- Zieliński, T.P., 2007, *Cyfrowe przetwarzanie sygnałów. Od teorii do zastosowań*, WKiŁ, Warszawa.